УДК 551.466

10.25808/24094609.2019.29.3.006

# НАБЛЮДЕНИЕ ВНУТРЕННИХ ВОЛН ПО ВИДЕОИЗОБРАЖЕНИЯМ

#### А.И. Алексанин<sup>1</sup>, В. Ким<sup>1</sup>, О.Г. Константинов<sup>1</sup>, Р.А. Коротченко<sup>2</sup>, И.О. Ярощук<sup>2</sup>

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН<sup>1</sup> Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН<sup>2</sup>

Описываются результаты экспериментов по регистрации прохождений длинных внутренних гравитационных волн (BГВ) на видеоизображениях в поляризованном свете. Рассчитывались скорости прохождения волн и их характерные длины. Видеонаблюдения сопровождались детальными измерениями плотностной структуры воды с помощью вертикально расположенных термогирлянд в шельфовой зоне Японского моря. Это позволяло сравнить наблюдаемые скорости распространения волн и рассчитываемые на основе расширенного уравнения Кортевега-де Вриза. В летние месяцы наблюдалась устойчивая стратификация воды с плавным нарастанием плотности с глубиной. В осенние месяцы наблюдалась двухслойная структура воды с небольшим по толщине слоем пикноклина. Разобрано 17 случаев регистрации ВГВ за два года. Амплитуды ВГВ были небольшими и не превышали 3 м. Наблюдаемые скорости лежали в диапазоне 0,35–0,45 м/с. В целом рассчитанные и наблюдаемые скорости были близки, а рассогласования объяснялись погрешностями, возникавшими при обработке данных. Исключение составили осенние случаи, когда толщина придонного слоя была существенно меньше приповерхностного. Наблюдаемая по видеоизображениям скорость распространения ВГВ была значительно выше, чем рассчитываемая по плотностной структуре. Правильность расчета скорости прохождения ВГВ по видеоизображениям подтверждалась расчетом прохождения волны через последовательность термогирлянд.

## введение

Внутренние гравитационные волны (ВГВ) генерируются в приповерхностном слое океана и, достигая определенной амплитуды, могут проявляться на оптических изображениях моря в форме квазипараллельных полос или отдельных протяженных линий. Это обусловлено воздействием ВГВ на поверхность, в результате чего меняются характеристики рассеяния света. Механизмы генерации и особенности проявлений ВГВ детально описаны в работах [1, 2]. Географически привязанные изображения могут использоваться для получения количественных оценок характеристик ВГВ.

Внутренние волны регулярно детектируются на изображениях локаторов с синтезированной апертурой [3–5], поэтому большое количество работ связано с этими приборами. Основным недостатком таких изображений является нерегулярность покрытия ими произвольного участка Земли и высокая стоимость изображений. В видимом спектральном диапазоне внутренние волны можно наблюдать несколько раз в день благодаря таким радиометрам, как "MODIS", "VIIRS", "MERIS", "MERSI" и др. [6]. Это позволяет рассчитывать характерную длину волны, скорость ее перемещения и иногда полярность. Однако их обнаружение на изображениях видимого спектрального диапазона зависит от условий освещения исследуемой акватории. ВГВ хорошо видны в районе солнечного зайчика, что не часто бывает на изображениях. Существенное улучшение с наблюдаемостью ВГВ происходит при оптической съемке в поляризованном свете. Для конкретного места и времени можно выбрать оптимальные условия наблюдения за акваторией, обеспечивающие максимальные контрасты сликов на поверхности, что определяется углами визирования, азимутом на солнце, плоскостью поляризации [7]. Поляризационные камеры позволяют прослеживать и рассчитывать динамику ВГВ с частотой несколько раз в минуту и оценивать

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> 690041, г. Владивосток, ул. Радио, 5. Тел.: +7 (4232) 310468. E-mail: aleks@iacp.dvo.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> 690041, г. Владивосток, ул. Балтийская, 43. Тел.: +7 (4232) 2311400. E-mail: olegkon@poi.dvo.ru

детальную трансформацию ВГВ при их взаимодействии с побережьем, неровностями дна и динамическими объектами [8].

Параметры ВГВ, оцениваемые по изображениям морской поверхности, зависят от плотностной структуры приповерхностного слоя и, таким образом, могут использоваться для расчета плотностных характеристик. В работах, посвященных этой проблеме, в основном используется простейшая двухслойная модель, когда плотность каждого слоя постоянна. В работе [9] использовалось решение задачи Штурма-Лиувилля для описания эволюции ВГВ в двухслойной модели океана и геометрические характеристики волн, оцененные по спутниковым изображениям RADARSAT-1. Было показано, что если использовать знание климатических характеристик разниц плотностей двух слоев, то рассчитанные глубины перемешанного слоя имеют хорошее соответствие с измеряемыми величинами. Схожие результаты были получены и по данным радиометров MODIS в видимом спектральном диапазоне [10]. Интересные результаты использования спутниковых данных для изучения ВГВ описаны в работе [11], где оцениваются плотностные параметры перемешанного слоя океана на основе микроволновых данных спутника RADARSAT-1 и подспутниковых измерений, проведенных в апреле-мае 2001 г. в рамках программы ASIAEX. Использовались решения расширенного уравнения Кортевега-де Вриза (EKdV). Известно, что внутренние солитоноподобные волны в рамках двухслойной модели океана должны менять свою полярность при совпадении глубин слоев. В таких точках меняется контраст яркостей изображения на фронте внутренней волны. Знание скорости распространения ВГВ и обнаружение точек смены полярности (все это можно обнаружить по спутниковым изображениям) позволило восстановить как глубину перемешанного слоя, так и разницу плотностей слоев.

Все разнообразие плотностной структуры приповерхностного слоя не исчерпывается двухслойной моделью среды. В настоящее время разработаны различные модели распространения ВГВ для различных моделей сред, позволяющие рассчитать с высокой точностью их скорости и трансформации, появляющиеся при взаимодействии с меняющимися характеристиками среды. В то же время наблюдается незначительное количество работ, посвященных верификации методик расчета ВГВ на основе сопоставления параметров, регистрируемых на изображениях ВГВ и рассчитанных на основе плотностных характеристик среды. Использование видеонаблюдений позволяет организовать регулярное получение требуемой информации. Расчет динамики ВГВ должен

48 ПОДВОДНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И РОБОТОТЕХНИКА. 2019. № 3 (29)

основываться на точном решении задачи расчета эволюции ВГВ по плотностным измерениям. Использование расширенного уравнения Кортевега–де Вриза представляется наиболее перспективным подходом. Результаты верификации подхода на серии совместных измерений составляют предмет данной работы.

## Данные и методики их обработки

Наблюдения проводились в заливе Петра Великого (Японское море) вблизи мыса Шульца в летний и осенний сезоны 2014 и 2016 гг. Схема аналогичных наблюдений подробно описана в работе [12]. Использовались измерения вертикальных профилей температуры воды с помощью термогирлянд [13] и видеонаблюдения поверхности моря, проводимые камерой с поляриметром. Типичная расстановка термогирлянд приведена на рис. 1. Видеокамера в период проведения экспериментов осуществляла съемку акватории с частотой 3 раза в минуту, регистрируя излучение при Р-поляризации. Это позволяло прослеживать проявления внутренних ВГВ на изображениях. Изображения трансформировались в карты яркости в меркаторской проекции и географически привязывались с точностью 5 м (один пиксель). Прослеживание прохождения цуга ВГВ проводилось посредством прослеживания наиболее темных полос. Темные полосы для конкретной конфигурации съемки и освещенности обычно соответствовали гребням ВГВ [8]. Определялось время прохождения полос через термогирлянду, и оценивалась длина волны. Скорость распространения ВГВ рассчитывалась по первой полосе регистрируемого цуга. Помимо проявлений ВГВ на изображениях часто присутствуют слики от поверхностно активных веществ (ПАВ), по которым можно оценить поверхностные течения (рис. 2), а также проявления ветрового воздействия, по которым оценивается и ветер. Анализировалось прохождение длинных волн, масштаб длины которых существенно превосходил глубину. Датчики термогирлянд располагались от поверхности до дна с шагом 1-3 м. Одна из термогирлянд попадала в область наблюдения поляризационной камеры и располагалась в области с фактически плоским дном глубиной около 40 м. Остальные термогирлянды располагались вне зоны видимости камеры в точках с большими глубинами залегания дна (до 80 м). Точность измерения термодатчиков около 0,002° (RBR XR-620). Соленость показывала незначительные колебания в период наблюдений (максимальный разброс был менее одной промилле) и считалась постоянной величиной.



*Рис. 1.* Типичная схема расстановки термогирлянд. Треугольником обозначены положения термогирглянд, а кружком – положения СТD-измерений. Камера располагалась на западной оконечности мыса

Было прослежено 17 случаев прохождения ВГВ через ближайшую к мысу термогирлянду. Скорости распространения внутренних волн, оцененные по последовательности изображений поляризационной камеры, лежали в диапазоне 0,3-0,5 м/с. При прохождении цугов волн рассчитывались характерные длины волны, которые лежали в диапазоне 100-400 м. Профили температуры приведены на рис. 3. Профили усреднялись за небольшой временной интервал (не более часа), предшествующий прохождению ВГВ и демонстрирующий минимальную временную изменчивость. Средние температурные вертикальные профили на разных станциях с близкими временами измерений различаются слабо, поэтому можно считать, что стратификация воды однородна по пространству. Анализ измерений позволяет утверждать, что проявления на поверхности хорошо согласуются с измерениями ВГВ термогирляндами. Использование изображений позволяет проводить интерпретацию измерений термогирлянд, поскольку позволяет оценивать гидрологическую обстановку в зоне наблюдений – величины течений, направления и величины приводного ветра, а также рассчитывать направления распространения ВГВ [8].

Для описания эволюции ВГВ вдоль направления распространения в общем случае применялось расширенное уравнение Кортевега–де Вриза (EKdV):

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + C_0 \frac{\partial \eta}{\partial x} + \alpha \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \alpha_1 \mu^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3}, \qquad (1)$$

где  $\eta$  – вертикальное смещение пикноклина;  $C_o$  – фазовая скорость первой моды ВГВ, получающаяся при решении задачи Штурма-Лиувилля;  $\alpha$ ,  $\alpha_p$ ,  $\beta$  – коэффициенты уравнения. Фазовая скорость  $C_o$  и коэффициенты уравнения рассчитывались для измеренной



Рис. 2. Пример проявления ВГВ на изображении поверхности моря в поляризованном свете в меркаторской проекции за 10.10.2014, 08:42 UTC. Крестиками отмечены положения ближайших термогирлянд. Линиями отмечены фронты ВГВ, в кружке – проявления ПАВ

#### СРЕДСТВА И МЕТОДЫ ПОДВОДНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ



плотностной структуры воды по стандартным методикам, изложенным в работе [14]. Решение уравнения (1) для скорости распространения солетоноподобной волны согласно [15] записывается в виде:

$$U = C_0 + \frac{A}{3}(\alpha + \frac{1}{2}\alpha_1 A)$$

где *А* – амплитуда (максимум вертикального смещения изопикны от ее положения равновесия).

#### Эксперименты и их обсуждение

Эксперименты проводились в летний и осенний месяцы. Летом вода характеризовалась ярко выраженной плотностной стратификацией, которую определяла температура воды (рис. 3). Плотность воды плавно возрастала с глубиной. Средняя частота плавучести  $N_0$  лежала в диапазоне 0,027  $< N_0^2 < 0,035$  рад/с<sup>2</sup>. Осенью доминировала двухслойная структура плотности. Наблюдался приповерхност-

ный квазиоднородный слой, толщина которого в основном превышала глубину. Для проверки соответствия наблюдаемых на видеоизображениях ВГВ строились графики изменчивости температуры за выбранный интервал времени. Для этого из показаний датчиков вычитались их средние значения и колебания температуры откладывались в форме набора графиков по глубинам расположения датчиков. Изменчивость температуры на один градус соответствовала изменчивости глубина в 1 м (рис. 4). Чаще всего выбирался момент прохождения первой полосы регистрируемого цуга ВГВ через точку положения датчиков на видеоизображении, которому соответствовала середина графика изменчивости. Изменчивость температуры определялось в основном градиентом температуры на заданном горизонте. График помогал выбрать уровень для оценки амплитуды волны и получить качественное представление о типе волны. Наиболее типичная наблюдаемая картина приведена на рис. 4, б. Прохождение первой



Рис. 4. Графики изменчивости температуры на разных глубинах за 9 и 10 октября 2014 г.

N₂	Дата и время местное	U, м/с	λ, м	А, м	U <sub>екаν</sub> , м/с	С <sub>0</sub> , м/с
1	14.08.2014(15:40)	0,41	250	3	0,44	0,45
2	16.08.2014(7:50)	0,44	190	2	0,41	0,43
3	17.08.2014(15:40)	0,47	160	3	0,42	0,44
4	18.08.2014 (12:50)	0,46	125	3	0,41	0,43
5	18.08.2014 (21:50)	0,44	290	3	0,42	0,43
6	21.08.2014 (08:50)	0,37	225	2	0,38	0,39
7	21.08.2014 (10:55)	0,42	300	2	0,37	0,37
8	21.08.2014 (15:10)	0,50	440	2	0,41	0,42
9	19.08.2016(14:20)	0,35	170	1	0,35	0,36
10	19.08.2016(16:50)	0,39	110	2	0,36	0,38
11	20.08.2016(17:40)	0,38	250	1	0,38	0,39

Таблица 1. Характеристики ВГВ и рассчитанные скорости за август

волны цуга сопровождалось наибольшей изменчивостью температуры, что позволяло сделать предположение о ее близости к солитону. Встречались также случаи равномерных колебаний (рис. 4, *a*), что ближе подходят к линейным ВГВ.

Расчет коэффициентов уравнения (1) показал, что за исключением одного случая коэффициент  $\alpha$  превосходит  $\alpha_1$ , и часто многократно, т. е. можно ограничиться обычным уравнением Кортевега–де Вриза. Результаты сравнений скоростей распространения ВГВ, оцененных по видеонаблюдениям за август, со скоростями, рассчитанными на основе уравнения ЕКdV, приведены в табл. 1. В первой колонке приведены времена прохода ВГВ через термогирлянду. Далее приведены измеренные по изображениям скорости U и длины волн  $\lambda$ , а также рассчитанные по измерениям температуры амплитуды A. Для осредненных профилей плотности были приведены скорости  $U_{EKdV}$  согласно решениям расширенного уравнения Кортевега–де Вриза и значения скорости распространения  $C_a$  в линейном приближении.

Сравнение скоростей U, рассчитанных по изображениям, со скоростями  $U_{EKdV}$ , рассчитанными по профилю плотности, показывает близость значений. Среднеквадратичное рассогласование составляет 0,03 м/с при систематической ошибке около 0,025 м/с (расчетные скорости в среднем слегка меньше наблюдаемых). Сравнения с фазовыми скоростями первой моды  $C_0$  показывают близкие результаты. Следует отметить зависимость результата от временного

№	Дата и время местное	<i>U</i> , м/сек	λ	А, м	<i>h</i> <sub>1</sub> , м	<i>U<sub>ЕКЛV</sub>, м/с</i>	<i>С<sub>0</sub>,</i> м/с
1	09.10.2014 (10:30)	0,41	200	2	32	0,29	0,27
2	10.10.2014 (18:15)	0,44	240	3	37	0,27	0,23
3	12.10.2014 (12:55)	0,46	200	4	32	0,31	0,29
4	14.10.2014 (19:30)	0,47	170	2	28	0,34	0,32
5	14.10.2016 (14:00)	0,38	280	3	25	0,35	0,35
6	14.10.2016 (15:30)	0,38	240	3	24	0,34	0,36

Таблица 2. Характеристики ВГВ и рассчитанные скорости за октябрь

интервала осреднения плотностных характеристик. Подбирая интервал в диапазоне трех часов фактически всегда можно добиться совпадения скоростей *U* и  $U_{EKdV}$ .

В октябре наблюдались сильные ветра и конвективное перемешивание воды, которые формировали квазиоднородный верхний слой. Верхний слой обычно имел толщину больше, чем нижний. Толщина термоклина между ними была небольшой (см. рис. 1) и модель среды была близкой к двухслойной. В табл. 2 приведены наблюдаемые и рассчитанные скорости распространения ВГВ. Приведены те же параметры, что и в табл. 1. Добавлен параметр  $h_1$  – глубина залегания верхнего квазиоднородного слоя, которая бралась в середине термоклина.

Решению прямой задачи диагностики плотностных характеристик при двухслойной модели среды посвящено значительное количество работ, некоторые из них здесь упоминались. Фактически во всех работах отмечалась хорошее соответствие между наблюдаемыми по изображениям характеристиками ВГВ и теоретически рассчитанными. Характерным отличием наших результатов от упоминаемых в литературе является то, что у нас толщина нижнего слоя меньше верхнего. Для случаев 5 и 6, когда толщины двух слоев близки, величины U и U<sub>*EKdV*</sub> также близки. Но с уменьшением толщины нижнего слоя рассогласование скоростей быстро нарастает, достигая различия в 17 см/с для случая 2, когда толщина нижнего слоя составляет 3-4 м. Расчеты по всем моделям дают заниженные оценки.

Случай 2 был рассмотрен более подробно. Он характеризуется тонким придонным слоем, а амплитуда колебания проходившей ВГВ сопоставима с его толщиной. Одно из изображений прохождения ВГВ приведено на рис. 2. На изображениях наблюдался слик, обусловленный пленкой поверхностно-активных веществ, по перемещению которой можно оценить скорость поверхностного течения. Скорость была незначительной (0,07 м/с) и характеризовала вращение квазистационарного вихря. Какое-либо значимое воздействие на скорость распространения ВГВ такое течение оказать не могло. Соответствующие случаю графики изменчивости температуры приведены на рис. 4, а. Вид изменчивости показывает, что ВГВ похожа на солитон. Уравнение EKdV имело следующие коэффициенты:  $\hat{C_0} = 0,23$  m/c,  $\alpha = 0,046$ ,  $\alpha_1 = -0,006$ ,  $\beta = 10,369$ . Поскольку коэффициент а превосходит величину а, почти на порядок, то данный случай хорошо соответствует обычному уравнению Кортевега - де Вриза (KdV). Помимо ВГВ в форме солитонов, уравнение KdV имеет еще одно решение, соответствующее кноидальным волнам. Согласно [14] скорость распространения такой волны можно рассчитать на основе коэффициентов уравнения KdV. Расчеты показали, что в случае кноидальной волны ее скорость была бы меньше солитоноподобной и слабо бы отличалась от фазовой скорости первой моды С<sub>о</sub>. Скорость составила 0,22 м/с. Поскольку структура температурной изменчивости при прохождении волны позволяет ее однозначно выделять, то была найдена идентичная структура в графике изменчивости температуры на соседней станции, отстоящей на 3860 м. Поскольку для данного региона направление распространения основной массы ВГВ хорошо известно, то станции располагаются по направлению движения волны. В частности, для данного случая отклонение фронтальной линии волны от перпендикуляра к линии расстановки станций с термогирляндами в момент прохождения волны составляло около двух градусов. Знание направления распространения волны позволяет рассчитать ее скорость по моментам прохождения через станции. Скорость составила 0,44 м/сек, что совпадает с оценкой по видеоизображениям. Выбор других интервалов времени при осреднения профиля вертикальной плотности для решения задачи Штурма-Лиувилля также не сближал наблюдаемые и рассчитанные оценки скоростей распространения ВГВ. Таким образом, рассогласование наблюдаемой скорости распространения и расчетной нельзя объяснить на основе только расширенного уравнения Кортевега-де Вриза. По-видимому, для таких случаев больше будет подходить модель, созданная для описания распространения ВГВ в тонком придонном слое [16].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проявления внутренних гравитационных волн, регистрируемые на изображениях поверхности воды, несут информацию о плотностной структуре океана. Использование видеонаблюдений в поляризованном свете показывает, что проявления ВГВ на изображениях строго соответствуют волнам, выделяемым по измерениям температуры вертикальными цепочками датчиков. Видеонаблюдения позволяют интерпретировать изменчивость температуры при прохождении ВГВ через термогирлянды, так как дают информацию о скорости движения волны, направлении движения и наличии поверхностных течений. Возможность прослеживания ВГВ по серии изображений с расчетом их динамических характеристик может позволить ставить задачу диагностики плотности воды. Диагностика возможна при наличии математического аппарата, точно рассчитывающего эволюцию ВГВ по плотностным характеристикам воды. Использование расширенного уравнения Кортевега– де Вриза является наиболее популярным подходом к решению таких задач. Использование этого подхода при интерпретации 17 случаев, регистрируемых по видеоизображениям проявлений ВГВ, показали, что в большинстве случаев видеонаблюдения и расчеты скорости распространения по плотностным измерениям дают совпадающие с точностью до ошибок расчетов результаты. Однако, когда наблюдается структура плотности в форме двухслойной модели среды с тонким придонным слоем, то реальные скорости движения волны существенно больше расчетных. Встает проблема выделения таких случаев и подбора подходящего математического аппарата, описывающего эволюцию волн.

Работа поддержана Программой фундаментальных исследований Президиума РАН «Фундаментальные основы прорывных технологий в интересах национальной безопасности».

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Серебряный А.Н. Эффекты нелинейности во внутренних волнах на шельфе // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1990. Т. 26, № 3. С. 285–293.

2. Haury L.R., Briscoe M.G., Orr M.H. Tidally generated internal wave packets in Massachusetts Bay // Nature. 1979. Vol. 278. P. 312–319.

3. Дубина В.А., Митник Л.М. Внутренние волны в Японском море: пространственно-временное распределение и характеристики по данным спутникового дистанционного зондирования // Исслед. Земли из космоса. 2007. № 3. С. 37–46.

4. Лаврова О.Ю., Митягина М.И., Сабинин К.Д. Проявление внутренних волн на морской поверхности в северо-восточной части Черного моря // Исследования Земли из космоса. 2009. № 6. С. 49–55.

5. Jackson C.R., Da Silva J.C.B., Jeans G., Alpers W., Caruso M.J. Nonlinear internal waves in synthetic aperture radar imagery // Oceanography. 2013. Vol. 26 (2). P. 68–79.

6. Jackson C. Internal wave detection using the Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer (MODIS) // Journ. of Geophysical Research. 2007. Vol. 112. C. 11–12.

7. Шмирко К.А., Константинов О.Г., Павлов А.Н., Дубинкина Е.С. Особенности формирования сликов на морской поверхности // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2017. Т. 53, № 1. С. 107–114.

8. Константинов О.Г., Павлов А.Н. Комплексный контроль состояния морских акваторий оптическими методами. Часть 3. Регистрация динамических процессов по сликам на морской поверхности // Оптика атмосферы и океана. 2013. Т. 26, № 1. С. 32–39.

9. Li X., Clemente-Colon P., Freidman K.S. Estimating oceanic mixed-layer depth from internal wave evolution observed from Radarsat-1 SAR // Johns Hopkins APL technical digest. 2000. Vol. 21, No. 1. P. 130–135.

10. Алексанин А.И., Ким В. Автоматическое обнаружение внутренних волн на спутниковых изображениях и проблема оценки плотности перемешанного слоя // Исследование Земли из космоса. 2015. № 1. С. 44–52.

11. Zhao Z., Klemas V., Zheng Q., Li X., Yan X.H. Estimating parameters of a two-layer stratified ocean from polarity conversion of internal solitary waves observed in satellite SAR images // Remote Sensing of Environment. 2004. Vol. 92. P. 276–287.

12. Константинов О.Г., Новотрясов В.В. Поверхностные проявления внутренних волн по данным видеосистемы берегового базирования // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2013. Т. 49, № 3. С. 364–369.

13. Леонтьев А.П., Ярощук И.О., Смирнов С.В., Кошелева А.В., Пивоваров А.А., Самченко А.Н., Швырев А.Н. Пространственно-распределенный измерительный комплекс для мониторинга гидрофизических процессов на океаническом шельфе // ПТЭ. 2017. № 1. С. 128–135.

14. Grimshaw R., Pelinovsky E., Talipova T., Kurkin A. Simulation of the Transformation of Internal Solitary Waves on Oceanic Shelves // J. of physical oceanography. 2004. Vol. 34. P. 2774–2791.

15. Massel S.R. Internal gravity waves in the shallow seas. Springer, 2015. 163 p.

16. Ляпидевский В.Ю., Новотрясов В.В., Храпченков Ф.Ф., Ярощук И.О. Внутренний волновой бор в шельфовой зоне моря // ПМТФ. 2017. Т. 58, № 5. С. 60–71.