

УДК 681.883:551.462.8

УЛУЧШЕНИЕ КАЧЕСТВА ГИДРОАКУСТИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ МЕТОДОМ ДВОЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

**А.Е. Ковтанюк, А.А. Сущенко
И.Б. Агафонов, В.В. Золотарев**

Институт прикладной математики ДВО РАН¹
Институт проблем морских технологий ДВО РАН²

Рассматривается задача улучшения качества гидроакустических изображений, полученных при картографировании морского дна гидролокатором бокового обзора автономного подводного робота. Для решения поставленной задачи предлагается метод двойной фильтрации, заключающийся в последовательной обработке высокоамплитудного (импульсного) и низкоамплитудного (белого) шума. На первом этапе используются методы интерполяции сигналов с финитным спектром, на втором – методы приближения функций на основе метода наименьших квадратов. Эффективность предложенного подхода подтверждается результатами вычислительных экспериментов с реальными данными.

1. ВВЕДЕНИЕ

Важную роль при моделировании процессов распространения сигналов играют целые аналитические функции экспоненциального типа – функции из класса Винера, являющиеся преобразованиями Фурье от функций с компактными носителями. Такие функции часто называют функциями с ограниченным (или финитным) спектром, то есть спектром, сосредоточенным в ограниченном диапазоне частот. В реальной ситуации сигналы могут быть известны (измерены) лишь на некотором дискретном временном множестве, а требуется определить величину сигнала, вообще говоря, в любой момент времени. В качестве такого дискретного множества, как правило, берется равномерная сетка. Однако нередко значения сигнала на некотором подмно-

жестве равномерной сетки оказываются зашумленными или потерянными. Возникают так называемые «пропущенные отсчеты». Таким образом, возникает задача восстановления сигнала в любой точке временной оси, в том числе, в пропущенных отсчетах, которая будет трактоваться нами как задача интерполяции целых функций с финитным спектром.

Представляются весьма перспективными приложения рассматриваемой задачи в гидроакустике и подводной робототехнике. Известно, что гидроакустический канал (практически безальтернативный в подводной связи и локации) является весьма

¹ 690041, Владивосток, ул. Радио, 7, тел.: (423) 2312631, факс: (423) 2311856, e-mail: ankov@imcs.dvgu.ru

² 690091, Владивосток, ул. Суханова, 5а, тел./факс: (423) 2432416, e-mail: lab32imtp@marine.febras.ru

специфичным вследствие нестационарности, рефракционных и иных физических эффектов, что проявляется в виде многолучевости, интерференции и может приводить не только к сильным искажениям передаваемой информации, но и иногда к ее полной потере. В области гидроакустики и подводных технологий предложено немало решений по учету и минимизации этих факторов, направленных в итоге на улучшение качества двумерных гидроакустических изображений. Так, достаточно популярным является медианный метод, направленный на фильтрацию высоко- и низкоамплитудных шумов, в различных модификациях представленный в сервисе пакета MATLAB.

Авторами предлагается метод двойной фильтрации, направленный на улучшение качества гидроакустических изображений. На первом этапе высокоамплитудные (импульсные) шумы отфильтровываются с помощью интерполяционных методов, то есть здесь фактически происходит восстановление сигнала в зашумленных отсчетах. Дальнейшая фильтрация низкоамплитудного шума проводится путем сглаживания сигнала на основе метода наименьших квадратов. На обоих этапах фильтрации обрабатываются значения, соответствующие вертикальным выборкам гидроакустического изображения.

Во втором и третьем разделах настоящей работы рассматриваются различные интерполяционные формулы, позволяющие восстанавливать сигнал в пропущенных отсчетах. Проанализирована эффективность интерполяционных методов на основе серии вычислительных экспериментов с тестовой функцией. В заключение третьего раздела приведены эксперименты по восстановлению реальных гидроакустических сигналов. В четвертом разделе приведены эксперименты по улучшению качества двумерного гидроакустического изображения с помощью предложенного авторами метода двойной фильтрации. Проведено сравнение предложенного метода с медианным методом, представленным в пакете MATLAB. Отмечена вычислительная устойчивость метода двойной фильтрации к шумам различной природы.

2. Интерполяция сигнала по значениям на неравномерных выборках

Перейдем к описанию математического аппарата, необходимого для формулировки и решения задачи интерполяции. Пусть $L_2(R)$ обозначает гильбертово пространство комплекснозначных функций со скалярным произведением и нормой:

$$(f, g) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)g^*(x)dx,$$

$$\|f\|^2 = (f, f), \quad f, g \in L_2(R).$$

Обозначим через $F: L_2(R) \rightarrow L_2(R)$ оператор преобразования Фурье, действующий по формуле:

$$[Ff](\omega) = \tilde{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-2\pi i\omega x} dx.$$

При этом обратный оператор F^{-1} определяется формулой:

$$[F^{-1}\tilde{f}](x) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\omega)e^{2\pi i\omega x} d\omega.$$

В дальнейшем любую функцию $f \in L_2(R)$ будем называть сигналом, а ее преобразование Фурье \tilde{f} – спектром сигнала f . Под классом Винера W_a будем понимать линейное многообразие в $L_2(R)$, состоящее из всех функций (сигналов) a , спектр которых сосредоточен на интервале $(-a, a)$, то есть $\tilde{f}(\omega) = 0$, почти всюду на $R \setminus (-a, a)$.

Рассмотрим $M = \{x_k\}$, $k \in Z = \{0, \pm 1, \pm 2\}$ – произвольное неограниченное множество в R , не имеющее конечных предельных точек. Будем полагать, что элементы множества M являются упорядоченными (то есть $x_k < x_{k+1}$, $k \in Z$) и x_0 – наименьшее неотрицательное число.

Рассмотрим задачу интерполяции в классе W_a , заключающуюся в восстановлении функции $f(z)$ на множестве $C \setminus M$ по заданным ее значениям на множестве M . Решению указанной задачи интерполяции посвящено множество работ. В случае, когда M является равномерной сеткой

$$M = \{k\Delta\}, \quad k \in Z, \quad \Delta \leq \frac{1}{2a},$$

задачу интерполяции решает хорошо известная формула Котельникова [1] (в зарубежной литературе называемая формулой Уиттекера либо Шеннона). Однако во многих приложениях, связанных с потерей или зашумлением данных, возникает задача интерполяции сигнала с финитным спектром по его значениям на неравномерных сетках.

Предположим, что все точки x_k различны, и обозначим за $\psi(z)$ каноническую функцию множества M , то есть целую функцию, имеющую своими простыми нулями только точки x_k .

Авторами проведен анализ различных сеток, описываемых канонической функцией $\psi(z)$, для которых задача интерполяции может быть решена с помощью ряда Лагранжа:

$$f(z) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^N f(x_k) \frac{\psi(z)}{\psi'(x_k)(z-x_k)}. \quad (1)$$

Ниже приведены примеры сеток, на которых ряд Лагранжа будет сходиться, и представлены соответствующие этим сеткам интерполяционные формулы.

А. Равномерная сетка.

Пусть $x_k = k\Delta$, $\Delta = 1/2 \beta$, $\beta \geq \alpha$. Каноническая функция для указанной равномерной сетки имеет вид:

$$\psi(z) = \sin 2\pi\beta z. \quad (2)$$

Ряд Лагранжа, соответствующий канонической функции (2), вырождается в ряд Котельникова:

$$f(z) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^N f(k\Delta) \frac{\sin 2\pi\beta(z-k\Delta)}{2\pi\beta(z-k\Delta)}, \quad (3)$$

$$\Delta = \frac{1}{2\beta},$$

имеет скорость сходимости $O(N^{-1/2})$ при $\beta = \alpha$, и $O(N^{-1})$ при $\beta > \alpha$ [2].

Б. Сдвиг конечного числа узлов равномерной сетки.

Рассмотрим функцию

$$\psi(z) = \sin 2\pi\beta z \prod_{i=1}^p \frac{z - k_i\Delta - \delta_i}{z - k_i\Delta},$$

$$\Delta = \frac{1}{2\beta}, \quad \delta_i \neq n\Delta, \quad n \in \mathbb{Z},$$

которая является канонической для сетки, полученной из равномерной сдвигом конечного числа узлов. Здесь и в дальнейшем будем полагать последовательность k_i , $i = 1, \dots, p$ упорядоченной, так что $k_1 < k_2 < \dots < k_p$. Множество $\{k_1, k_2, \dots, k_p\}$ обозначим через L . Соответствующая данному случаю интерполяционная формула имеет вид

$$f(z) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^N f(x_k) C_k \frac{\sin 2\pi\beta(z-k\Delta)}{2\pi\beta(z-x_k)} \prod_{i=1}^p \frac{z - k_i\Delta - \delta_i}{z - k_i\Delta}, \quad (4)$$

где

$$C_k = \begin{cases} \prod_{k_i \in L} \frac{k\Delta - k_i\Delta}{k\Delta - k_i\Delta - \delta_i}, & k \in \mathbb{Z} \setminus L, \\ \frac{2\pi\beta \delta_k}{\sin 2\pi\beta \delta_k} \times \\ \times \prod_{k_i \in L \setminus k} \frac{x_k - k_i\Delta}{x_k - k_i\Delta - \delta_i}, & k \in L, \end{cases}$$

имеет скорость сходимости $O(N^{-1/2})$ при $\beta = \alpha$ и $O(N^{-1})$ при $\beta > \alpha$. Данная интерполяционная формула и оценка скорости сходимости ранее были получены в [2].

В. Периодический сдвиг узлов равномерной сетки.

Возьмем последовательность целых чисел k_1, \dots, k_p и номер $l \geq k_p - k_1$. Рассмотрим сетку, полученную из равномерной с $\Delta = 1/2 \beta$, $\beta \geq \alpha$ путем сдвига узлов $(k_1 + ml)\Delta, \dots, (k_p + ml)\Delta$, $m \in \mathbb{Z}$ на расстояния $\delta_1, \dots, \delta_p$ ($\delta_i \neq n\Delta$, $n \in \mathbb{Z}$) соответственно. Каноническую функцию, определяющую такое множество, запишем в виде

$$\psi(z) = \sin 2\pi\beta z \prod_{i=1}^p \frac{\sin 2\pi \frac{\beta}{l}(z - k_i\Delta - \delta_i)}{\sin 2\pi \frac{\beta}{l}(z - k_i\Delta)}.$$

Соответствующая интерполяционная формула имеет вид

$$f(z) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^N f(x_k) C_k \frac{\sin 2\pi\beta z}{2\pi\beta(z-x_k)} \prod_{i=1}^p \frac{\sin 2\pi \frac{\beta}{l}(z - k_i\Delta - \delta_i)}{\sin 2\pi \frac{\beta}{l}(z - k_i\Delta)}, \quad (5)$$

где

$$C_k = \begin{cases} \cos 2\pi\beta x_k \prod_{k_i \in L} \frac{\sin 2\pi \frac{\beta}{l}(x_k - k_i\Delta)}{\sin 2\pi \frac{\beta}{l}(x_k - k_i\Delta - \delta_i)}, \\ \text{если } x_k \neq (k_j + ml)\Delta + \delta_j, \quad m \in \mathbb{Z}, \quad k_j \in L, \\ \frac{l \sin 2\pi \frac{\beta}{l} \delta_j}{\sin 2\pi\beta x_k} \prod_{k_i \in L \setminus k_j} \frac{\sin 2\pi \frac{\beta}{l}(x_k - k_i\Delta)}{\sin 2\pi \frac{\beta}{l}(x_k - k_i\Delta - \delta_i)}, \\ \text{если } x_k = (k_j + ml)\Delta + \delta_j, \quad m \in \mathbb{Z}, \quad k_j \in L. \end{cases}$$

Г. Периодическое удаление узлов равномерной сетки.

Рассмотрим сетку, полученную из равномерной с $\Delta = 1/2 \beta'$, $\beta' > \alpha$ путем периодического удаления конечного числа узлов $k_1\Delta, \dots, k_p\Delta$ с периодом $l\Delta$, где $l \in \mathbb{Z}$, $l \geq \beta'p/(\beta' - \alpha)$. Каноническую функцию, определяющую такое множество, запишем в виде

$$\psi(z) = \sin 2\pi\beta' z \left(\prod_{i=1}^p \sin 2\pi \frac{\beta'}{l}(z - k_i\Delta) \right)^{-1}.$$

Соответствующая интерполяционная формула имеет вид

$$f(z) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^N f(x_k) \frac{\sin 2\pi\beta'(z-x_k)}{2\pi\beta'(z-x_k)} \times \prod_{i=1}^p \frac{\sin 2\pi \frac{\beta'}{l}(x_k - k_i\Delta)}{\sin 2\pi \frac{\beta'}{l}(z - k_i\Delta)}. \quad (6)$$

Таким образом, формулы (3–6) представляют различные формы записи интерполяционной формулы Лагранжа, соответствующие различным сеткам. Перспективной альтернативой интерполяционному ряду Лагранжа является формула Айзенберга [3, 4]:

$$f(z) = \lim_{a \rightarrow \infty} \lim_{m \rightarrow \infty} f(x_k) \times e^{2\pi i a(x_k - z)} \frac{2i\sigma}{(z - x_k + 2i\sigma)} \times \prod_{\substack{j=-m \\ j \neq k}}^m \frac{(z - x_j)(x_k - x_j + 2i\sigma)}{(x_k - x_j)(z - x_j + 2i\sigma)}. \quad (7)$$

Формула (7) справедлива для вышерассмотренных сеток А–В, а также для сетки, полученной из равномерной удалением конечного числа узлов при $b > a$.

3. Вычислительный эксперимент по интерполяции сигнала

На первом этапе вычислительных экспериментов бралась следующая функция (сигнал):

$$f(x) = \frac{\sin(2\pi x)}{\pi x} + \frac{\cos(2\pi x)}{(\pi x)^2} - \frac{\sin(2\pi x)}{2(\pi x)^3} \quad (8)$$

со спектром Фурье, сосредоточенным на интервале (-1, 1).

На рис. 1 приводятся графики сигнала (8) и его восстановления по значениям в 13 узлах равномерной сетки {0;0.25;0.5;...;2.75;3} с помощью формулы (3). Использование формулы Котельникова обеспечивает хорошее восстановление сигнала на проме-

жутке (0, 3). При «выбрасывании» трех узлов {1.25;1.5;1.75} графики сигнала (8) и его восстановления по формуле (3), использующей значения в 10 оставшихся узлах, представлены на рис. 2. Как видно из графиков, на промежутке (1, 2), на

котором «выброшены» 3 узла, формула Котельникова не обеспечивает удовлетворительного восстановления сигнала. Однако, использование тех же 10 значений сигнала позволяет существенно улучшить картину восстановления при использо-

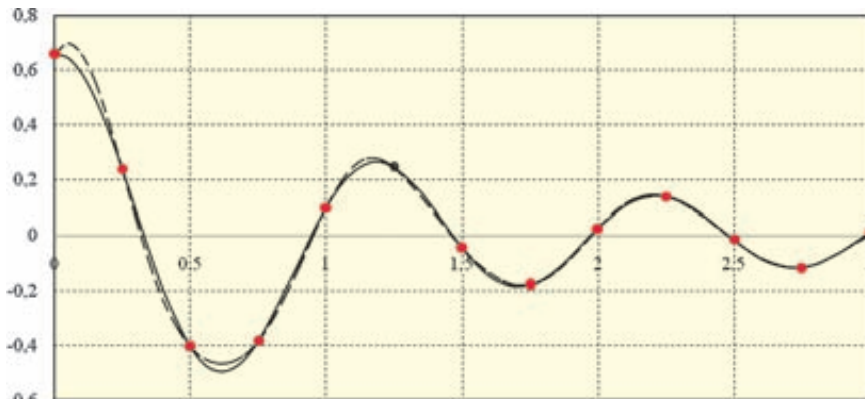


Рис. 1. Графики сигнала (8) (сплошная линия) и его восстановления по 13 узлам с помощью формулы Котельникова (пунктирная линия)

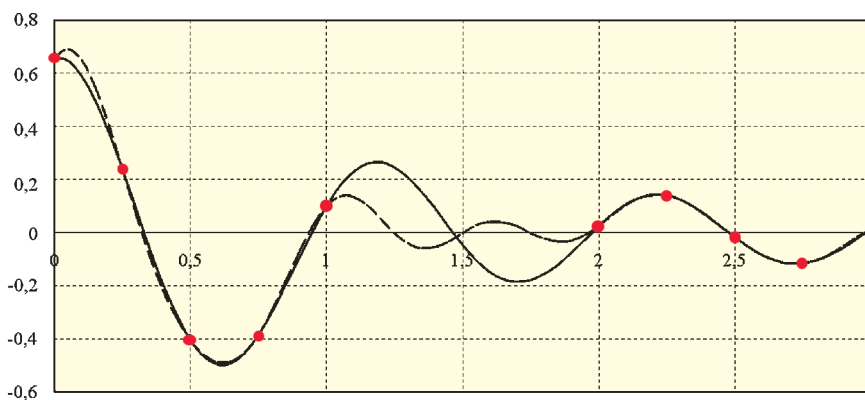


Рис. 2. Графики сигнала (8) (сплошная линия) и его восстановления с помощью формулы Котельникова при «выбрасывании» 3 узлов {1.25;1.5;1.75} равномерной сетки (пунктирная линия)

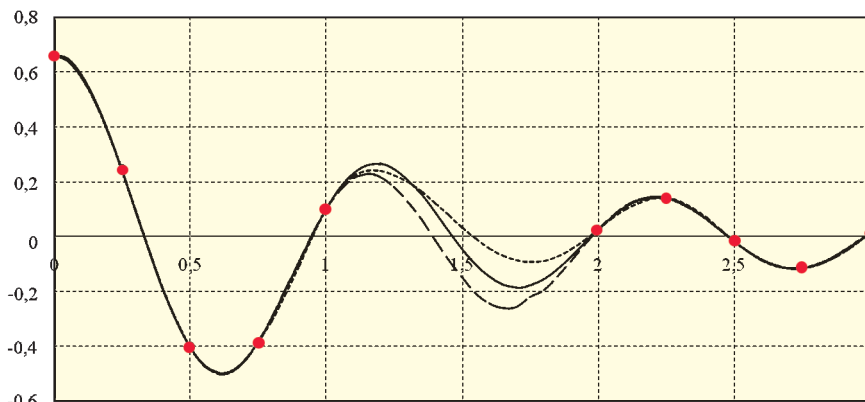


Рис. 3. Графики сигнала (8) (сплошная линия) и его восстановления с помощью формул (6) (пунктир) и (7) при $\sigma = 1$ (мелкий пунктир) при «выбрасывании» 3 узлов {1.25;1.5;1.75} равномерной сетки

вании формул (6) или (7). Соответствующие графики исходного сигнала и его восстановления по формулам (6) и (7) представлены на рис. 3.

При увеличении количества известных узлов равномерной сетки слева и справа ошибка вычислений стремится к нулю. На рис. 4 приводится график сигнала и его восстановления при известных 12 узлах и трех «выброшенных».

На следующем этапе вычислительных экспериментов брались вертикальные выборки эхолокационного изображения, представленного на рис. 5, полученного с помощью гидролокатора бокового обзора (ГБО) автономного подводного робота. Представленные в выборках значения, по сути, являются последовательностью значений физической огибающей эхо-сигнала. Вынужденное соседство высокочувствительных приёмных антенн ГБО с силовыми узлами подводного робота нередко приводит к зашумлению, а в ряде случаев и к потере эхо-сигналов. Фильтрация, выполняемая в процессе первичной обработки, далеко не всегда обеспечивает желаемый результат, поэтому задача восстановления потерянных данных представляется актуальной и на стадии вторичной обработки.

Восстановление данных проводилось по формуле (7). При проведении вычислительных экспериментов предварительно проводилась подборка параметров σ , α , обеспечивающих минимальное среднеквадратичное отклонение восстановленного сигнала от известных экспериментальных данных. На рис. 6, а, б приводятся графики сигнала и его восстановления по значениям в 14 узлах сетки, полученной из равномерной $\{0;0.25;0.5;...;2.75;4\}$ удалени-

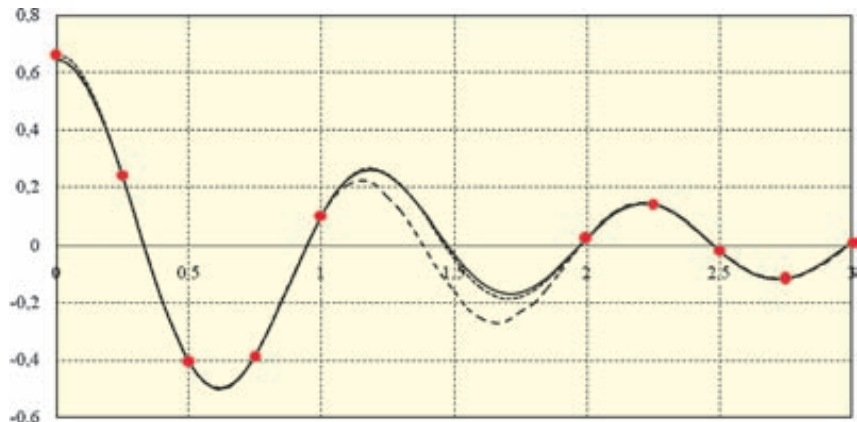


Рис. 4. Графики сигнала (8) (сплошная линия) и его восстановления с помощью формул (6) (пунктир) и (7) при $\sigma = 1$ (мелкий пунктир) при добавлении узлов $\{-0.25;3.25\}$ к имеющимся 10 узлам

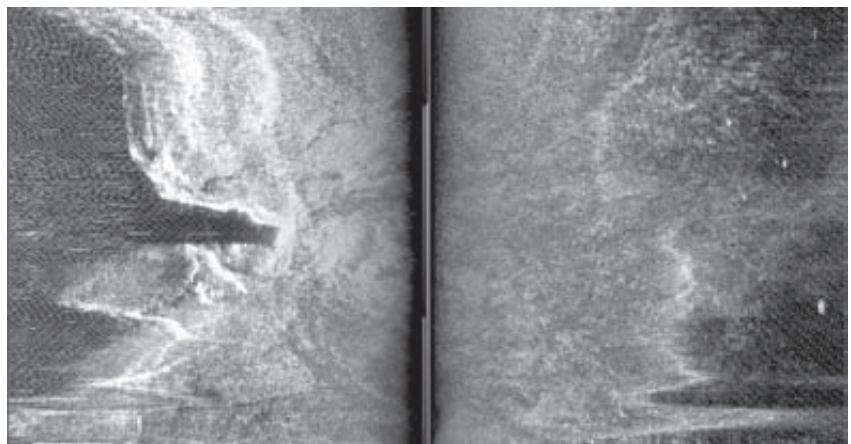


Рис. 5. Пример эхолокационного изображения, полученного с помощью гидролокатора бокового обзора

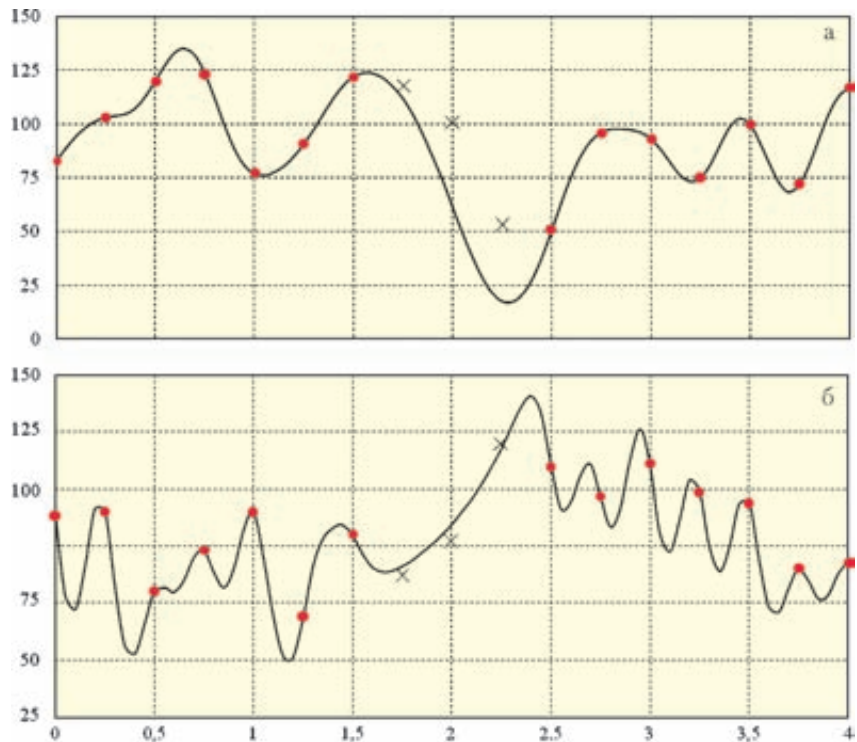


Рис. 6. Примеры (а, б) значений сигнала (точечный график) и его восстановления (сплошная линия)

ем 3 узлов {1.75;2;2.25}. Точками обозначены экспериментальные данные, полученные в ходе работы робота, сплошной линией – восстановленный при помощи формулы Айзенберга сигнал. Перечеркнутые точки в центральной части графика – это измеренные данные, которые мы не учитываем при восстановлении сигнала. Тем самым мы моделируем ситуацию «зашумления» или потери экспериментальных данных. Интерес представляет вопрос, насколько график восстановленного сигнала будет близок к «утраченным» значениям. Проведенный эксперимент демонстрирует, что формула (7) позволяет описать качественное поведение сигнала на промежутке зашумления/потери данных. В некоторых случаях (см. рис. 6, б) удается восстановить значение сигнала с хорошей точностью.

4. Метод двойной фильтрации

Интерполяционная формула (7) может быть применена в задаче улучшения качества гидроакустических изображений. Для проведения экспериментов были взяты данные, соответствующие фрагменту изображения, представленного на рис. 5. Далее был введен дополнительный случайный шум. Изображение морского дна, соответствующее новым «зашумленным» данным представлено на рис. 7,а. Улучшение качества изображения было реализовано двумя способами: с помощью медианного метода пакета MATLAB (рис. 7,б) и с помощью метода двойной фильтрации, то есть путем последовательного применения интерполяционной формулы (7) для восстановления «зашумленных» данных и метода наименьших квадра-

тов для последующей фильтрации низкоамплитудных шумов (рис. 7,в). Из результатов экспериментов видно, что предложенный авторами метод двойной фильтрации достаточно устой-

чив к шуму различной природы и обеспечивает более качественное восстановление изображения, чем медианный метод.

Таким образом, использование интерполяционных мето-

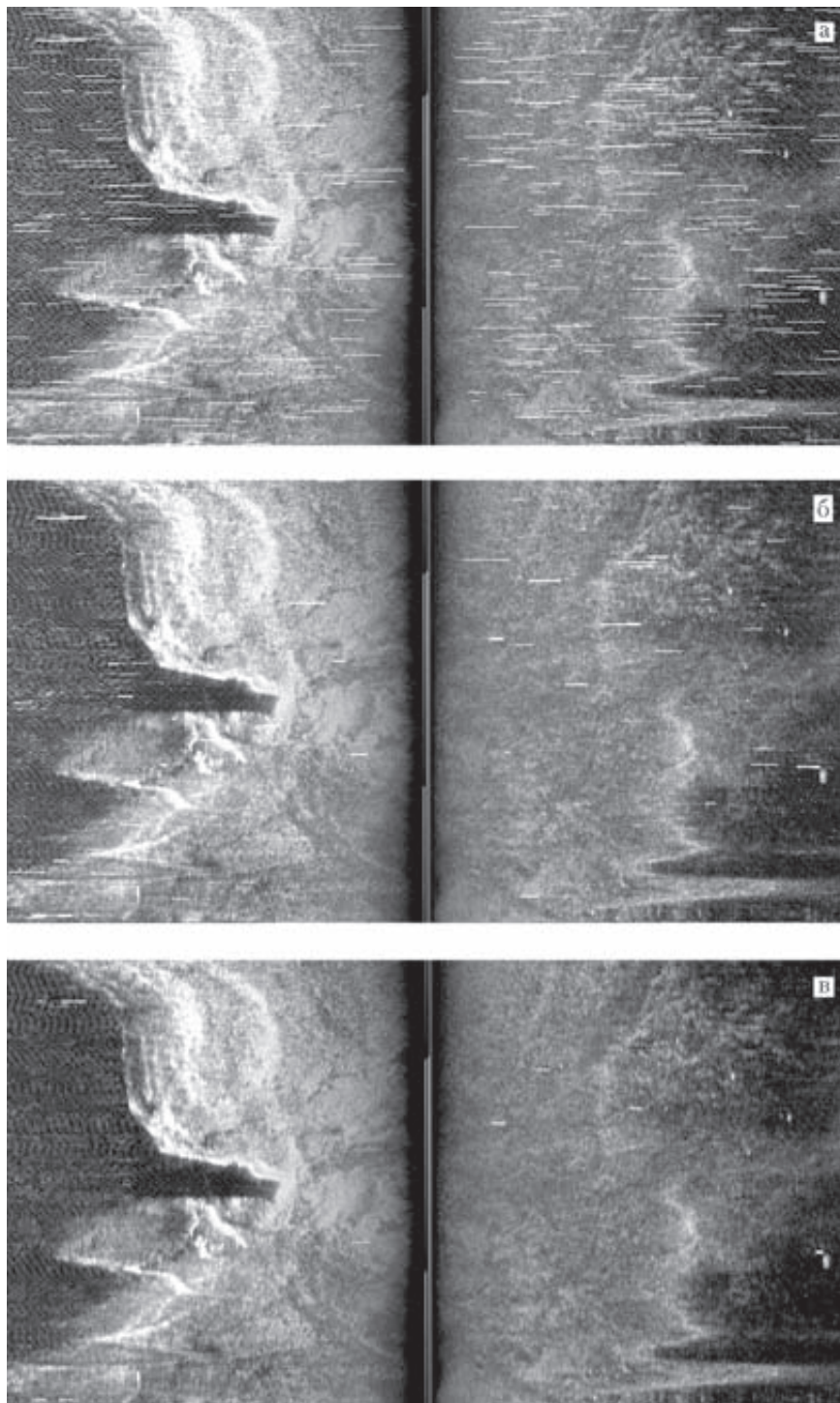


Рис. 7. Фрагмент эхолокационного изображения, полученного с помощью гидролокатора бокового обзора, с дополнительным шумом (а); результат обработки фрагмента эхолокационного изображения с помощью медианного метода пакета MATLAB (б); результат обработки фрагмента эхолокационного изображения с помощью метода двойной фильтрации (в)

дов восстановления сигналов в комбинации с методами улучшения изображений представляется вполне перспективным направлением в задачах картографирования морского дна и улучшения качества гидроакустических изображений.

5. Заключение

Предложен метод двойной фильтрации, решающий задачу улучшения качества гидроакустических изображений, полученных при картографировании морского дна гидролокатором бокового обзора автономного подводного робота. Осуществлена программная реализация метода. Отмечены его хорошая устойчивость к импульсному шуму и лучшее качество восстановления изображений по сравнению с традиционным медианным методом.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 11-01-98521) и гранта конкурса интеграционных проектов ДВО и СО РАН (проект № 09-II-SO-01-004).

ЛИТЕРАТУРА

1. Котельников В.А. О пропускной способности «эфира» и проволоки в электросвязи // Материалы по радиосвязи к 1-му Всесоюзному съезду по вопросам технической реконструкции связи. М.: Изд-во Управления связи РККА, 1933. С.762-770.

2. Алексеев Г.В., Ковтанюк А.Е. Интерполяционные формулы в классах Винера на локально-неравномерных сетках // Математическая физика и математическое моделирование в экологии. Ч. 1. Владивосток: Дальнаука, 1990. 126 с.

3. Алексеев Г.В. Обратные задачи излучения волн и теории сигналов. Владивосток: Изд-во ДВГУ, 1991. 140 с.

4. Айзенберг Л.А. Формулы Карлемана в комплексном анализе. Новосибирск: Наука, 1990. 248 с.