УДК 534.21 DOI: 10.37102/1992-4429_2021_35_01_08

ОБ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПРОПАГАТОРА АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Д.В. Макаров, А.Д. Аллилуев

Рассмотрена задача о распространении звука в океане. Свойства любой волноводной трассы могут быть практически полностью описаны с помощью пропагатора акустического поля. Пропагатор представляет собой оператор, устанавливающий взаимно однозначную связь между вертикальными профилями акустического поля, соответствующими разным значениям горизонтальной координаты. Знание пропагатора позволяет точно предсказать картину звукового поля для любого источника. При использовании некоторого ортогонального базиса пропагатор может быть представлен в виде матрицы. В настоящей работе рассмотрен случай двухслойного волновода, когда верхний слой водный, а нижний – осадочный. Такая постановка задачи соответствует условиям мелкого моря. Представлен метод для измерения матричных элементов одночастотного пропагатора в условиях натурного эксперимента. Метод основан на использовании двух вертикальных антенн, одной излучающей и одной принимающей, перекрывающих водный слой. Последовательно возбуждая сигналы каждым из монополей излучающей антенны, мы можем напрямую измерить матричные элементы пропагатора. Математическую основу метода составляет аппарат функций дискретного представления переменных, устанавливающий связь между точечными значениями акустического поля и его непрерывным профилем. Показано, что в случае горизонтально-однородного волновода спектральный анализ измеренного пропагатора позволяет найти нормальные моды волновода.

Ключевые слова: подводная акустика, обработка экспериментальных данных, дискретное представление переменных, вертикальная антенна, волновод, пропагатор акустического поля.

Введение

Описание акустических полей в океане с помощью пропагатора акустического поля является одним из наиболее новых подходов в акустике океана. Формально пропагатор $\hat{G}$ определяется выражением

$$\Psi(r'',z) = \hat{G}(r',r'')\Psi(r',z), \tag{1}$$

где $\Psi(r, z)$ – акустическое поле, z – глубина, r – горизонтальная координата. Согласно этому определению пропагатор представляет собой некий универсальный оператор эволюции, описывающий трансформацию любого волнового пакета при прохождении волноводного сегмента между $r = r'$ и $r = r''$. Сам по себе пропагатор не зависит от формы начального волнового пакета. При этом он включает в себя практически полную информацию об акустических свойствах трассы, включая свойства рассеяния и дисперсионные характеристики. Пропагатор для реалистичных случайно-неоднородных моделей подводного звукового канала был впервые введен в работах [1–3]. В работе [4] была рассмотрена модель пропагатора для глубоководного звукового канала в Японском море. В работе [5] был рассмотрен случай многочастотного пропагатора. В работе [6] получено выражение для матрицы пропагатора в присутствии нелинейных внутренних волн. Влияние адиабатических неоднородностей океана на свойства пропагатора было рассмотрено в работе [7].

Знание точного пропагатора существенно упрощает решение прикладных задач, таких как акустическая томография [8, 9] и звукоподводная связь [10]. В связи с этим целесообразно уметь его находить экспериментально. В настоящей работе предлагается относительно простая схема для решения этой задачи. В ее основе лежит разложение акустического поля по так называемым функциям дискретного представления переменных [11], позволяющее представить пропагатор в виде конечной матрицы.

Следующий раздел посвящен разложению акустического поля по функциям дискретного представления переменных. Предлагаемый метод измерения пропагатора рассмотрен в разделе 2. В Заключении мы подводим итоги работы и обсуждаем пути дальнейшего развития предложенного метода.

1. Функции дискретного представления переменных

Рассмотрим двухслойный акустический волновод в мелком море, с водным слоем сверху и осадочным снизу. На поверхности воды выполняется граничное условие Дирихле:

$$\Psi|_{z=0} = 0 . \tag{2}$$

Снизу осадочный слой граничит со слоем твердых пород, поэтому на нижней границе мы имеем граничное условие Неймана:

$$\left.\frac{d\Psi}{dz}\right|_{z=L} = 0 . \tag{3}$$

Условие на границе раздела между водным и осадочным слоями выглядит следующим образом:

$$\Psi|_{z=h-0} = \Psi|_{z=h+0}, \quad \frac{1}{\rho_{\text{wat}}}\left.\frac{d\Psi}{dz}\right|_{z=h-0} = \frac{1}{\rho_{\text{sed}}}\left.\frac{d\Psi}{dz}\right|_{z=h+0} .$$

Как было показано в работе [11], акустическое поле в волноводе может быть представлено в виде разложения

$$\Psi(z) = \sqrt{\Delta z}\sum_{j=1}^{J_{\max}} \chi_j(z), \tag{4}$$

где каждая из функций $\chi_j(z)$ сосредоточена в окрестности значения глубины

$$z_j = j\Delta z, \tag{5}$$

$$\Delta z = \frac{L}{J_{\max}+1} . \tag{6}$$

Выражение (4) представляет собой формулу Уиттакера–Шэннона, модифицированную с учетом граничных условий (2) и (3). Функции $\chi_j(z)$ называются функциями дискретного представления переменных (ДПП). Они определяются следующим образом:

$$\chi_j(z) = \sum_{j=1}^{J_{\max}} V_{ij}\phi_i(z), \tag{7}$$

где $\phi_j(z)$ – функции вспомогательного базиса в виде пространственных гармоник,

$$\phi_j = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{(2j-1)\pi z}{2L}, \quad j = 1,2,... \tag{8}$$

Коэффициенты ряда (7) выражаются как

$$V_{ij} = \sqrt{\frac{2}{J_{\max}+1}}\sin\left[\frac{(i-1/2)j\pi}{J_{\max}+1}\right]. \tag{9}$$

В выражения (4), (6), (7) и (9) входит величина $J_{\max}$. Она должна удовлетворять условию

$$\int_{z=0}^{L} \Psi^*(z)\Psi(z)dz = \sum_{j=1}^{J_{\max}} |a_j|^2 , \tag{10}$$

где

$$a_j = \int_{z=0}^{L} \phi_j(z)\Psi(z)dz . \tag{11}$$

Другими словами, величина $J_{\max}$ имеет смысл числа гармоник (8), которое требуется для точного воссоздания акустического поля,

$$\Psi(z) = \sum_{j=1}^{J_{\max}} a_j\phi_j(z) . \tag{12}$$

Очевидно, что это число зависит от частоты звука, а также иных факторов, которые влияют на спектр вертикальных волновых чисел акустического поля. При выполнении условия (10) функции ДПП (7) образуют ортогональный базис,

$$\int_{z=0}^{L} \chi_i(z)\chi_j(z)dz = \delta_{ij} ,$$

где δ_{ij} – символ Кронекера. Формула (4) может быть использована для реконструкции акустического поля по данным измерений с помощью вертикальной приемной антенны в виде цепочки гидрофонов, расположенных на глубинах (5) [11]. В силу принципа взаимности эта формула может также использоваться и для расчета амплитудно-фазового распределения вертикальной излучающей антенны, создающей поле $\Psi(z)$. В последнем случае формула (5) определяет положение монополей.

Нужно подчеркнуть важное обстоятельство: использование формулы (4) как для реконструкции поля по точечным измерениям, так и для возбуждения поля с помощью цепочки монополей, требует выполнения условия (10). С другой стороны, мы знаем, что поле, создаваемое акустическим монополем, описывается дельта-функцией, которая характеризуется бесконечным числом членов разложения (12). Однако в действительности члены с большими номерами очень быстро затухают вследствие поглощения звука в дне. Таким образом, они являются несущественными с точки зрения распространения звука. Это означает, что мы можем подвергнуть дельта-функцию Фурье-фильтрации, при которой отбрасываются гармоники (8) с номерами $j > J_{\max}$. Эта процедура и дает выражение (7) для функций ДПП. Оптимальное значение $J_{\max}$ и связанное с ним расстояние между элементами Δz должны определяться свойствами затухания в осадочном слое.

2. Измерение и анализ свойств пропагатора

Положим, что критерий (10) выполняется при некотором конечном значении $J_{\max}$. Как мы отметили выше, в этом случае функции ДПП образуют ортогональный базис, который можно использовать для матричного представления пропагатора, определяемого формулой (1). Матричные элементы вычисляются по формуле:

$$G_{mn}(r',r'') = \int_{z=0}^{L} \chi_m(z)\hat{G}(r',r'')\chi_n(z)dz\,,$$

где $\hat{G}(r',r'')\chi_n(z)$ − профиль акустического поля при $r = r''$, если при $r = r' < r''$ оно описывалось функцией ДПП $\chi_n(z)$. Как было отмечено выше, начальное условие в виде n-й функции ДПП эквивалентно полю, создаваемому монополем на глубине z_n, после фильтрации быстро затухающих пространственных Фурье-гармоник с $j > J_{\max}$. Таким образом, матрица пропагатора может быть измерена путем последовательного возбуждения точечных источников, расположенных на глубинах (5). Такие источники могут быть собраны в одну вертикальную излучающую антенну. Возбуждаемые поля измеряются с помощью приемной антенны, сенсоры которой также расположены на глубинах, описываемых (5).

Измерив пропагатор, мы можем найти его собственные функции и собственные значения. Соответствующая спектральная задача формулируется следующим образом:

$$\hat{G}(r',r'')\Phi_m(z) = e^{-i\kappa_m(r''-r')}\Phi_m(z)\,.$$

В горизонтально-однородном волноводе собственные функции $\Phi_m(z)$ совпадают с нормальными модами волновода. Тогда вещественная часть κ_m представляет собой горизонтальное волновое число моды. Мнимая часть описывает затухание звука как за счет поглощения в дне, так и за счет цилиндрической расходимости в горизонтальной плоскости.

Собственные функции вычисляются с помощью собственных векторов матрицы пропагатора:

$$\Phi_n(z) = \sum_{m=1}^{J_{\max}} v_{mn}\chi_m(z)\,, \qquad (13)$$

где v_{mn} − m-й элемент n-го собственного вектора матрицы пропагатора. Эта формула позволяет точно рассчитать собственные функции пропагатора, если излучающая и приемная антенна перекрывают волновод полностью, т. е. включая осадочный слой. Очевидно, что это крайне сложно реализовать на практике. Поэтому имеет смысл рассмотреть случай, когда нам доступен только водный слой, в котором расположено J элементов излучающей и приемной антенн, $J < J_{\max}$, при этом расстояние между элементами описывается формулой (6). Тогда мы можем измерить только «обрезанную» матрицу пропагатора размерности $J \times J$. Соответственно выражение (13) принимает вид:

$$\Phi_n(z) = \sum_{m=1}^{J} v_{mn}\chi_m(z)\,. \qquad (14)$$

Эта формула позволяет достаточно точно вычислить только те собственные функции пропагатора, которые распространяются преимущественно в водной толще. В случае горизонтально-однородного волновода такие собственные функции являются хорошим приближением для нормальных мод.

Ограничение области излучения и измерения водным слоем может сыграть и позитивную роль. В соответствии с (6) расстояние между соседними элементами антенн Δz может принимать только дискретное множество значений. Однако, ограничивая область интереса водным слоем, мы можем использовать в (6) и (8) не «настоящую» глубину нижней границы (которая чаще всего неизвестна), а некоторую смещенную величину, близкую к L. Возможность «подвинуть» нижнюю границу позволяет рассматривать непрерывное множество значений Δz, что существенно упрощает постановку эксперимента.

Заключение

Основным результатом данной работы является разработка схемы для экспериментального определения пропагатора акустического поля. Эта схема сформулирована для тональных звуковых полей, однако ее обобщение на многочастотные поля, создаваемые импульсными источниками, представляется вполне реализуемым. В случае горизонтально-однородного волновода вычисление матрицы пропагатора позволяет найти профили нормальных мод с помощью формулы (14).

В дальнейших работах следует рассмотреть вопросы, связанные с погрешностью измерений и влиянием шумов. Очень важно учесть в рамках предлагаемого подхода трехмерные эффекты, связанные с горизонтальной рефракцией и отражениями от наклонного дна. Кроме того, представляет интерес использование пропагатора для томографической инверсии среды, зондирования верхних слоев дна. Вероятно, следует рассмотреть вопрос о создании стационарных систем наблюдения над акваториями, основанных на отслеживании изменений пропагатора в реальном времени.

Работа выполнена по госбюджетной тематике ТОИ ДВО РАН «Моделирование разномасштабных динамических процессов в океане» (№ 0211-2021-0009).

ЛИТЕРАТУРА

1. Makarov D.V., Kon'kov L.E., Uleysky M.Yu. Level spacing statistics in a randomly-inhomogeneous acoustic waveguide // e-print arXiv 1008.3037 [nlin.CD] (2010).

2. Hegewisch K.C., Tomsovic S. Random matrix theory for underwater sound propagation // Europhys. Lett. 2012. Vol. 97, No 3. 34002.

3. Вировлянский А.Л., Макаров Д.В., Пранц С.В. Лучевой и волновой хаос в подводных акустических волноводах // Успехи физических наук. 2012. Т. 182, № 1. С. 19–48.

4. Makarov D.V., Kon'kov L.E., Uleysky M.Yu., Petrov P.S. Wave chaos in a randomly inhomogeneous waveguide: spectral analysis of the finite-range evolution operator // Phys. Rev. E. 2013. Vol. 87, No 1. 012911.

5. Hegewisch K.C., Tomsovic S. Constructing acoustic timefronts using random matrix theory // J. Acoust. Soc. Am. 2013. Vol. 134, No 4. P. 3174-3184.

6. Yang T.C. Acoustic mode coupling induced by nonlinear internal waves: evaluation of the mode coupling matrices and applications // J. Acoust. Soc. Am. 2014. Vol. 135, No 2. P. 610–625.

7. Makarov D.V. Random matrix theory for an adiabatically-varying oceanic acoustic waveguide // Wave Motion. 2019. Vol. 90. P. 205–217.

8. Макаров Д.В., Коньков Л.Е., Петров П.С. Влияние океанических синоптических вихрей на длительность модовых акустических импульсов // Изв. вузов. Радиофизика. 2016. Т. 59, № 7. С. 638–654.

9. Красулин О.С., Шуруп А.С. Численное решение трехмерной задачи адиабатической модовой томографии океана на основе функционально-аналитического алгоритма // Изв. РАН. Серия физическая. 2020. Т. 84, № 2. С. 289–294.

10. Волков М.В., Григорьев В.А., Жилин И.В., Луньков А.А., Петников В.Г., Шатравин А.В. Мелководный акустический волновод арктического типа как канал для передачи информации при звукоподводной связи // Акуст. журн. 2018. Т. 64, № 6. С. 676–681.

11. Макаров Д.В. Алгоритм реконструкции акустического поля по данным точечных измерений // Подводные исследования и робототехника. 2018. Т. 26, № 2. С. 62–67.

Об авторах

МАКАРОВ Денис Владимирович, д. ф.-м. н., ведущий научный сотрудник

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН

Адрес: 690041, г. Владивосток, ул. Балтийская, 43

Область научных интересов: акустика океана, теория нелинейных колебаний и волн, квантовая оптика, статистическая радиофизика, теория хаоса.

E-mail: makarov@poi.dvo.ru

Телефон: +7(950)283-92-93

ORCID ID: 0000-0002-2568-8927

АЛЛИЛУЕВ Алексей Дмитриевич, аспирант

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН

Адрес: 690041, г. Владивосток, ул. Балтийская, 43

Область научных интересов: акустика океана, теория нелинейных колебаний и волн, квантовая оптика, теория хаоса.

E-mail: jaazver@gmail.com

Телефон: +7(929)428-79-90

DOI: 10.37102/1992-4429_2021_35_01_08

ON EXPERIMENTAL DETERMINATION OF THE ACOUSTIC WAVEFIELD PROPAGATOR

D.V. Makarov, A.D. Alliluev

The problem of sound propagation in the ocean is considered. Properties of any waveguide can be almost completely described using an acoustic wavefield propagator. The propagator is an operator that determines one-to-one relation between acoustic wavefield vertical profiles corresponding to different values of the horizontal coordinate. Knowing the propagator allows one to accurately predict a sound wavefield for any source. Using some orthogonal basis, the propagator can be represented as a matrix. This paper considers the case of a two-layer waveguide, when the upper layer is water and the lower one is sediment. This formulation of the problem corresponds to the conditions of a shallow sea. A method for measuring the matrix elements of a single-frequency propagator in an experiment is presented. This method is based on the usage of two vertical arrays, one emitting and one receiving, spanning the water layer. Sequentially exciting the signals with each of the monopoles of the emitting array, one can directly measure the matrix elements of the propagator. The mathematical basis of the method is the apparatus of the discrete variable representation functions, which provides the link between the point values of an acoustic wavefield and its continuous profile. It is shown that in the case of a horizontally homogeneous waveguide, spectral analysis of the measured propagator allows one to find the normal modes of the waveguide.

Keywords: underwater acoustics, processing of experimental data, discrete variable representation, vertical array, waveguide, acoustic wavefield propagator.

References

1. Makarov D.V., Konkov L.E., Uleysky M.Yu. Level spacing statistics in a randomly-inhomogeneous acoustic waveguide. e-print arXiv 1008.3037 [nlin.CD] (2010).
2. Hegewisch K.C., Tomsovic S. Random matrix theory for underwater sound propagation. Europhys. Lett. 2012. Vol. 97, No 3. 34002.
3. Virovlyansky A.L., Makarov D.V., Prants S.V. Ray and wave chaos in underwater acoustic waveguides. Physics-Uspekhi. 2012. Vol. 55, No 1. P. 18–46.
4. Makarov D.V., Konkov L.E., Uleysky M.Yu., Petrov P.S. Wave chaos in a randomly inhomogeneous waveguide: spectral analysis of the finite-range evolution operator. Phys. Rev. E. 2013. Vol. 87, No 1. 012911.
5. Hegewisch K.C., Tomsovic S. Constructing acoustic timefronts using random matrix theory. J. Acoust. Soc. Am. 2013. Vol. 134, No 4. P. 3174–3184.
6. Yang T.C. Acoustic mode coupling induced by nonlinear internal waves: evaluation of the mode coupling matrices and applications. J. Acoust. Soc. Am. 2014. Vol. 135. No 2. P. 610–625.
7. Makarov D.V. Random matrix theory for an adiabatically-varying oceanic acoustic waveguide. Wave Motion. 2019. Vol. 90. P. 205–217.
8. Makarov D.V., Konkov L.E., Petrov P.S. Influence of acoustic synoptic eddies on the duration of modal acoustic pulses. Radiophys. Quantum Electron. 2016. Vol. 59. No 7. P. 576–591.
9. Krasulin O.S., Shurup A.S. Numerical solution of the three-dimensional problem of adiabatic modal tomography based on the functional-analytical algorithm. Izvestia RAN. Ser. Fiz. 2020. Vol. 84. No 2. P. 289–294.
10. Volkov M.V., Grigorev V.A., Zhilin I.V., Lunkov A.A., Petnikov V.G., Shatravin A.V. An arctic-type shallow-water acoustic waveguide as an information transmission channel for underwater communications. Acoust. Phys. 2018. Vol. 64. P. 692–697.
11. Makarov D.V. Algorithm for reconstruction of an acoustic wavefield using pointwise measurements. Podv. Issl. Robotekh. 2018. Vol. 26. No 2. P. 62–67.
12. Makarov D.V., Petrov P.S. Full reconstruction of acoustic wavefields by means of pointwise measurements (in press).

About the authors

MAKAROV Denis Vladimirovich, Dr. Sc., leading research associate
V.I. Il'ichev Pacific Oceanological Institute of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences
Adress: 43, Baltiyskaya Street, Vladivostok, 690041, Russia
Research interests: ocean acoustics, theory of nonlinear oscillations and waves, quantum optics, statistical radiophysics, chaos theory.
E-mail: makarov@poi.dvo.ru
Phone: +7(950)283-92-93
ORCID ID: 0000-0002-2568-8927

ALLILUEV Alexey Dmitrievich, PhD student
V.I. Il'ichev Pacific Oceanological Institute of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences
Adress: 43, Baltiyskaya Street, Vladivostok, 690041, Russia
Research interests: ocean acoustics, theory of nonlinear oscillations and waves, quantum optics, chaos theory.
E-mail: jaazver@gmail.com
Phone: +7(929)428-79-90