

КОМПЕНСАЦИЯ ВЛИЯНИЯ КАНАЛА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗВУКА В ГИДРОАКУСТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

С.А. Пахомов, С.В. Шостак

3-й испытательный центр в/ч 09703

Состояние гидроакустического канала распространения звука зависит от множества случайных факторов среды. Для учета влияния такого канала на передаваемый сигнал может использоваться метод линейной фильтрации, в рамках которого канал представляется в виде линейной инвариантной системы с аддитивным гауссовским шумом, где связь между сигналами на входе и выходе описывается импульсной характеристикой. Необходимыми условиями эффективности применения данного метода являются выбор входного сигнала и оценка весовых коэффициентов используемой системы, что в работе выполнено на основе теоремы Гаусса–Маркова. При решении задачи получены несмещенные оценки с минимальной дисперсией, в том числе для случая применения в качестве входного сигнала псевдослучайной последовательности. Предложен метод компенсации влияния канала с учетом знания его импульсной характеристики, позволяющий уменьшать уровень шумовой составляющей.

ВВЕДЕНИЕ

Распространение гидроакустических сигналов в водной среде в значительной степени определяется распределением скорости звука по глубине, что создает многолучевое распространение, в силу действия которого существуют различные трассы передачи звуковой энергии. Такое явление вызывает размытие сигнала по дальности. При решении задач обработки принятых сигналов необходимо моделировать эти явления и компенсировать их влияние на сигнал. В рамках линейной акустики основным способом описания акустических каналов с размытием является их моделирование с помощью линейных систем, обладающих определенным набором параметров. Размытый сигнал представляет собой суперпозицию отдельных сигналов, прошедших по различным трассам и отличающихся коэффициентами ослабления и временными задержками. Считается также, что гидроакустический канал стационарен во время обработки, и его параметры не изменяются незначительно или изменяются незначительно. Такое допущение справедливо в большинстве случаев практического применения гидроакустических систем [1]. В данном случае задачу о распространении звука в гидроакустическом канале (далее – канале) возможно рассматривать как задачу о линейной фильтрации, когда связь между

сигналами на входе и выходе канала может описываться его импульсной характеристикой [2]. Рассмотрим теоретическую модель, где канал представим в виде взвешенной линии задержки или фильтра с конечной импульсной характеристикой (КИХ) $h(n)$.

■ Оценка импульсной характеристики канала

Положим, что дискретный входной сигнал $s(n)$, используемый для анализа канала, известен, т.е. задан для своих отсчетов $n = 0, 1, \dots, N-1$, и что выходной сигнал $x(n)$ наблюдается на таком же интервале. Тогда в идеальном случае на выходе канала (на входе устройства обработки) наблюдается последовательность $\sum_{l=0}^{p-1} h(l)s(n-l)$, где n, l – номера отсчетов во временной области, p – порядок фильтра (рис. 1).

Из данной последовательности необходимо оценить весовые коэффициенты $h(l)$, или импульсную характеристику фильтра. На практике выходной сигнал искажается шумом канала, поэтому:

$$x(n) = \sum_{l=0}^{p-1} h(l)s(n-l) + \omega(n), \quad (1)$$

¹ 690080, г. Владивосток, ул. Басаргина, 22. Тел.: +7 (423) 263-82-77.
E-mail: pifagors@bk.ru, servash@mail.ru

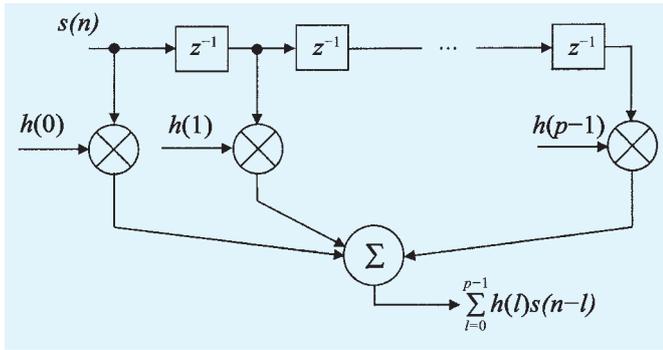


Рис. 1. Структурная схема модели гидроакустического канала распространения звука

где $\omega(n)$ – белый гауссовский шум, $n = 0 \div N - 1$, с плотностью функции распределения $\mathcal{N}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$ со средним значением $\mathbf{0}$ и ковариационной матрицей $\sigma^2 \mathbf{I}$ (\mathbf{I} – единичная матрица размерностью $N \times N$), и предполагается, что $s(n) = 0$ для всех $n < 0$.

В векторно–матричной форме выражение (1) имеет вид:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{bmatrix}}_{\mathbf{X}} = \underbrace{\begin{bmatrix} s(0) & 0 & \dots & 0 \\ s(1) & s(0) & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s(N-1) & s(N-2) & \vdots & s(N-p) \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}} \times \underbrace{\begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \vdots \\ h(p-1) \end{bmatrix}}_{\mathbf{\theta}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \omega(0) \\ \omega(1) \\ \vdots \\ \omega(N-1) \end{bmatrix}}_{\mathbf{W}}$$

или:

$$\mathbf{X} = \mathbf{S}\mathbf{\theta} + \mathbf{W}, \quad (2)$$

где \mathbf{X} – $(N \times 1)$ – вектор выходного сигнала; \mathbf{S} – $(N \times p)$ – матрица входного сигнала; $\mathbf{\theta}$ – $(p \times 1)$ вектор коэффициентов импульсной характеристики канала; \mathbf{W} – $(N \times 1)$ – вектор белого гауссовского шума.

Выражение (2) есть форма линейной модели с белым гауссовским шумом. Задача оценки весовых коэффициентов канала передачи $h(n)$ сводится к оценке вектора $\mathbf{\theta}$ из уравнения (2). Для его оценки используем теорему Гаусса–Маркова [3, 4], которая утверждает, что если данные наблюдений моделируются как $\mathbf{X} = \mathbf{S}\mathbf{\theta} + \mathbf{W}$, где \mathbf{X} – $(N \times 1)$ вектор наблюдений, \mathbf{S} – известная $(N \times p)$ матрица наблюдений с $(N > p)$ и ранга p , $\mathbf{\theta}$ – $(p \times 1)$ вектор оцениваемых параметров, \mathbf{W} есть $(N \times 1)$ вектор шума с плотностью функции распределения $\mathcal{N}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$, то несмещенная оценка с минимальной дисперсией (НОМД):

$$\hat{\theta} = (\mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{X},$$

ковариационная матрица которой имеет вид: $\mathbf{C}_{\hat{\theta}} = \sigma^2 (\mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1}$.

При анализе систем ключевым вопросом является выбор тестового сигнала $s(n)$.

Так как

$$\text{var}(\hat{\theta}_i) = \mathbf{e}_i^T \mathbf{C}_{\hat{\theta}} \mathbf{e}_i$$

где $\hat{\theta}_i$ – дисперсия, $\mathbf{e}_i = [00 \dots 10 \dots 0]^T$ с единицей на i -й позиции и $\mathbf{C}_{\hat{\theta}}^{-1}$ может быть факторизована как $\mathbf{C}_{\hat{\theta}}^{-1} = \mathbf{D}^T \mathbf{D}$ с инвертируемой $(p \times p)$ матрицей \mathbf{D} , можем воспользоваться неравенством Коши–Шварца. Замечая, что

$$(\mathbf{e}_i^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{e}_i)^2 = 1,$$

положим $\mathbf{g}_1 = \mathbf{D} \mathbf{e}_i$ и $\mathbf{g}_2 = \mathbf{D}^T \mathbf{e}_i$, что дает неравенство:

$$(\mathbf{g}_1^T \mathbf{g}_2)^2 \leq \mathbf{g}_1^T \mathbf{g}_1 \mathbf{g}_2^T \mathbf{g}_2. \quad (3)$$

Но так как $\mathbf{g}_1^T \mathbf{g}_2 = 1$, то выражение (3) преобразуется к виду:

$$1 \leq (\mathbf{e}_i^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{e}_i) (\mathbf{e}_i^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{D}^{-T} \mathbf{e}_i) = (\mathbf{e}_i^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{e}_i) \text{var}(\hat{\theta}_i),$$

или окончательно:

$$\text{var}(\hat{\theta}_i) \geq \frac{1}{\mathbf{e}_i^T \mathbf{C}_{\hat{\theta}}^{-1} \mathbf{e}_i} = \frac{\sigma^2}{[\mathbf{S}^T \mathbf{S}]_{ii}}. \quad (4)$$

Минимум дисперсии или равенство в выражении (4) достигается только если $\mathbf{g}_1 = c \mathbf{g}_2$ для постоянной c , или:

$$\mathbf{D} \mathbf{e}_i = c_i \mathbf{D}^T \mathbf{e}_i. \quad (5)$$

Аналогичные условия для всех минимизируемых дисперсий:

$$\mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{e}_i = c_i \mathbf{e}_i, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (6)$$

Так как

$$\mathbf{D}^T \mathbf{D} = \mathbf{C}_{\hat{\theta}}^{-1} = \frac{\mathbf{S}^T \mathbf{S}}{\sigma^2}, \quad (7)$$

то имеет место выражение:

$$\frac{\mathbf{S}^T \mathbf{S}}{\sigma^2} \cdot \mathbf{e}_i = c_i \mathbf{e}_i. \quad (8)$$

Скомбинируем уравнения (4–8) в матричной форме, тогда условия для достижения минимально возможных дисперсий есть:

$$\mathbf{S}^T \mathbf{S} = \sigma^2 \begin{bmatrix} c_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & c_p \end{bmatrix}$$

Поэтому для минимизации дисперсии в НОМД $s(n)$ должен быть таким, чтобы матрица $(\mathbf{S}^T \mathbf{S})$ была диагональной. Так как $(\mathbf{S}^T \mathbf{S})_{ii} = s(i-l)$ и

$$(\mathbf{S}^T \mathbf{S})_{il} = \sum_{n=1}^N s(n-i)s(n-l), \quad i = 1, 2, \dots, p; \quad l = 1, 2, \dots, p, \quad \text{то}$$

для больших значений N имеем:

$$(\mathbf{S}^T \mathbf{S})_{il} \approx \sum_{n=0}^{N-1-|i-l|} s(n)s(n+|i+l|). \quad (9)$$

Выражение (9) представляет корреляционную функцию детерминированной последовательности $s(n)$ [5]. С этим приближением матрица $\mathbf{S}^T \mathbf{S}$ становится симметричной теплицевой автокорреляционной матрицей:

$$\mathbf{S}^T \mathbf{S} = N \begin{bmatrix} r_{ss}(0) & r_{ss}(1) & \dots & r_{ss}(p-1) \\ r_{ss}(1) & r_{ss}(0) & \dots & r_{ss}(p-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{ss}(p-1) & r_{ss}(p-2) & \dots & r_{ss}(0) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где выражение $r_{ss}(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1-k} s(n)s(n+k)$ рассматривается как автокорреляционная функция $s(n)$. Из (10)

следует, что для получения диагональной матрицы $\mathbf{S}^T \mathbf{S}$ необходимо $r_{ss}(k) = 0$ при всех $k \neq 0$.

Такого вида корреляционную функцию можно получить, если в качестве входного сигнала применить псевдослучайные последовательности (ПСП) [6, 7]. Для этих условий $\mathbf{S}^T \mathbf{S} = N r_{ss}(0) \mathbf{I}$ и, следовательно: $\text{var}(\hat{h}(i)) = \frac{1}{N r_{ss}(0)} = \frac{\sigma^2}{N r_{ss}(0)}$, при этом оценки

весовых коэффициентов независимы.

Как следствие выбора ПСП сигнала получим НОМД:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{X}, \quad (11)$$

где:

$$\mathbf{S}^T \mathbf{S} = N r_{ss}(0) \mathbf{I}. \quad (12)$$

Из выражений (11) и (12) получаем:

$$\begin{aligned} \hat{h}(i) &= \frac{1}{N r_{ss}(0)} \sum_{n=0}^{N-1} s(n-i)x(n) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1-i} \frac{s(n)x(n+i)}{r_{ss}(0)}, \end{aligned} \quad (13)$$

так как $s(n) = 0$ для всех $n < 0$. Числитель в (13) есть взаимокорреляционная функция $r_{sx}(i)$ между входной и выходной последовательностями. Поэтому если для анализа канала применяется ПСП сигнал, тогда с приближением для больших значений N НОМД имеют вид:

$$\hat{h}(i) = \frac{r_{sx}(i)}{r_{ss}(0)}, \quad i = 0, 1, \dots, p-1, \quad (14)$$

где

$$r_{sx}(i) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1-i} s(n)x(n+i), \quad r_{ss}(0) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} s^2(n).$$

■ Оценка обратной импульсной характеристики канала

Так как конечной целью обработки сигнала $x(n)$ является оценка его параметров после обнаружения в принятой смеси «сигнал – помеха», то попытаемся устранить искажающее воздействие рассматриваемого канала. Исходя из теоремы взаимности проанализируем канал в терминах обратимых линейных систем, инвариантных во времени [8, 9]. По определению, система считается обратимой, если имеется взаимно-однозначное соответствие между ее входными и выходными сигналами. Это определение показывает, что если известна выходная последовательность $x(n)$ при всех $-\infty < n < \infty$ обратимой системы T , то можно однозначно определить ее вход $s(n)$ при $-\infty < n < \infty$. Каскадное соединение системы и ее обратной дает единичную систему, так как

$$s(n) = T^{-1}[x(n)] = T^{-1}[T[s(n)]] = s(n) \quad (15)$$

и, как показано на рис. 2.

Так как наша линейная система (канал), инвариантная во времени, имеет импульсную характеристику $h(n)$, то пусть $h'(n)$ – импульсная характеристика обратной системы T^{-1} . Тогда (15) эквивалентно уравнению линейной свертки вида:

$$s(n) = h'(n) * h(n) * s(n). \quad (16)$$

Выражение (16) подразумевает, что

$$h(n) * h'(n) = \delta(n), \quad (17)$$

где $\delta(n)$ – дельта-символ Дирака, $\delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$.

Уравнение свертки в (17) может быть использовано для нахождения $h'(n)$ в случае известной $h(n)$. Решим выражение (17) непосредственно с использо-

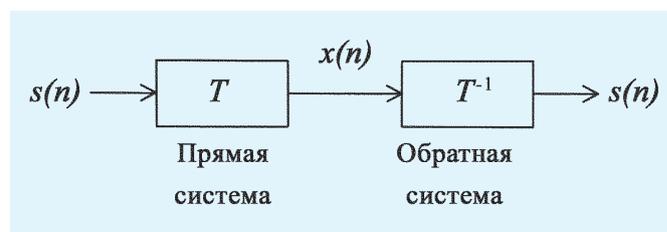


Рис. 2. Каскадное соединение прямой и обратной систем

ванием цифровых методов. Учитывая, что (17) не обладает единственным решением, наложим условия, что прямая и обратная системы каузальны во времени, т.е. $h(n) = 0$ и $h'(n) = 0$ при всех $n < 0$.

Тогда (17) выражается соотношением вида:

$$\sum_{k=0}^n h(k)h'(n-k) = \delta(n). \quad (18)$$

Для значений $n = 0, 1, \dots, M-1$, где M – длина $h(n)$, можем сформировать систему следующего вида:

$$\begin{aligned} n=0 & \quad h(0)h'(0) = 1 \\ n=1 & \quad h(0)h'(1) + h(1)h'(0) = 0 \\ \dots & \quad \dots \quad \dots \\ n=M-1 & \quad h(0)h'(M-1) + \\ & \quad + h(1)h'(M-2) + \dots + \\ & \quad + h(M-1)h'(0) = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Перепишем соотношения (19) в векторно-матричном виде:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} h(0) & \dots & 0 \\ h(1)h(0) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ h(M-1)h(M-2) & \dots & h(0) \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} \underbrace{\begin{bmatrix} h'(0) \\ h'(1) \\ \dots \\ h'(M-1) \end{bmatrix}}_{\mathbf{h}'} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}} \quad (20)$$

и получим систему из M линейных уравнений с M неизвестными \mathbf{h}' , $i = 0, 1, \dots, M-1$, которая в более компактном выражении имеет вид:

$$\mathbf{b}\mathbf{h}' = \mathbf{a}.$$

Вектор обратной импульсной характеристики \mathbf{h}' находится из решения системы линейных уравнений:

$$\mathbf{h}' = \mathbf{b}^{-1}\mathbf{a}, \quad (21)$$

где \mathbf{b}^{-1} – матрица, обратная \mathbf{b} .

Равенство (21) представляет собой матричное решение нашей системы линейных уравнений с невырожденной матрицей. Найдем соответствующие значения переменных $h'(i)$. Подставив в (21) выражение

для обратной матрицы $\mathbf{b}^{-1} = \frac{1}{\Delta}(b_{ij})^T$, где $\Delta = \det \mathbf{b}$, получим:

$$\mathbf{h}^i = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} A_{11} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}, \quad (22)$$

где $A_{11} \dots A_{nn}$ – алгебраические дополнения.

Произведение матрицы $(b_{ij})^T$ на столбец (a_i) является столбцом, элементы которого обозначим как $\Delta_1 \dots \Delta_n$. По правилу матричного умножения и согласно теорем об алгебраических дополнениях:

$$\Delta_1 = A_{11}a_1 + A_{21}a_2 + \dots + A_{n1}a_n = \begin{vmatrix} a_1 & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ a_2 & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_n & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{vmatrix}, \dots,$$

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} b_{11} & \dots & b_{1(n-1)} & a_1 \\ b_{21} & \dots & b_{2(n-1)} & a_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & \dots & b_{n(n-1)} & a_n \end{vmatrix}.$$

Далее из (22) получаем формулы Крамера, дающие решение нашей системы:

$$h'(0) = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \dots, h'(M-1) = \frac{\Delta_{M-1}}{\Delta}. \quad (23)$$

Используя (23) и зная, что $\mathbf{h} = h^M(0)$, представим \mathbf{h}' в виде:

$$\mathbf{h}' = \begin{bmatrix} \frac{h^{M-1}(0)}{h^M(0)} \\ \frac{h(1)h^{M-1}(0)}{h^M(0)} \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Строго говоря, заметно, что сложность применения метода Крамера увеличивается с ростом N . Точные значения $h'(i)$ в выражении (24) при больших значениях N возможно получить также путем решения (20) методом итерации.

Далее, с учетом (14), для ПСП сигнала окончательно имеем:

$$\hat{\mathbf{h}}' = \begin{bmatrix} \frac{r_{sx}^{M-1}(0)r_{ss}^M(0)}{r_{ss}^{M-1}(0)r_{sx}^M(0)} \\ \frac{r_{sx}(1)r_{sx}^{M-1}(0)r_{ss}^M(0)}{r_{ss}(0)r_{ss}^{M-1}(0)r_{sx}^M(0)} \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{r_{sx}(1)}{r_{ss}(0)} \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (25)$$

При анализе (19) ясно, что значения $h'(n)$ для $n \geq 1$, кроме выражения (21), могут быть также получены рекурсивно из уравнения:

$$h'(n) = -\frac{1}{h(0)} \sum_{k=1}^n h(k)h'(n-k), \quad (26)$$

которое реализуется в программном виде.

Реализация (26) имеет две особенности:

- метод не работает, если $h(0) = 0$, что может быть исправлено введением подходящей задержки в правую часть (18), т.е. заменяя $\delta(n)$ на $\delta(n-m)$, если $h(0) = 0$, тогда $h(1) \neq 0$ и т.д.;
- рекурсия в (26) вызывает рост ошибок округления, которые растут с ростом n , в результате точность $h'(n)$ для больших n ухудшается.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренный метод компенсации влияния гидроакустического канала распространения предполагает, что импульсная характеристика такого канала известна. Определение импульсной характеристики гидроакустического канала в работе основано на его представлении в виде линейной инвариантной системы с аддитивным гауссовским шумом, что позволило представить канал в векторно-матричном виде или в виде системы уравнений. Оценка весовых коэффициентов такой системы произведена на основе теоремы Гаусса–Маркова, для получения несмещенных оценок с минимальной дисперсией как в общем случае, так и в случае использования в качестве входного (зондирующего) сигнала псевдослучайной последовательности. Существуют методы получения импульсных характеристик каналов с многолучево-

стью, что присуще в том числе гидроакустическим условиям, например, на основе методов адаптивной фильтрации [2].

Методы компенсации искажений в канале передачи применяются, например, в системах связи, в которых при определении импульсной характеристики полагается, что отношение сигнал/шум в канале большое и аддитивный шум канала практически отсутствует. Затем применяется метод инверсной фильтрации, при котором спектр принятого сигнала делится на частотную характеристику канала. В гидроакустике такое допущение неправомерно, так как в канале, совместно с потерями на переотражение и поглощение энергии, присутствует аддитивный шум высокой интенсивности, что значительно влияет на расчет импульсной характеристики. Операция деления в случае инверсной фильтрации оказывается нелинейной, и наличие аддитивных шумовых составляющих делает такую фильтрацию неустойчивой. В отличие от деления при вычислении свертки проводится усреднение по определенному количеству отсчетов, что уменьшает шумовую составляющую. По этой причине в гидроакустических системах для прогноза и расчета обратной импульсной характеристики целесообразно применять выражения (25), (26), придерживаясь практического правила равенства времени воздействия и времени отклика системы (фильтра).

ЛИТЕРАТУРА

1. Толстой И., Клей К.С. Акустика океана. Теория и эксперимент в подводной акустике. М.: Мир, 1969. 301 с.
2. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов. М.: Радио и связь, 1989. 440 с.
3. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. М.: Мир, 1976. 756 с.
4. Рао С.Р. Линейные статистические методы и их применения. М.: Наука, 1968. 548 с.
5. Рабинер Л., Голд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978. 848 с.
6. Кук И., Бернфельд М. Радиолокационные сигналы. М.: Сов. радио, 1971. 568 с.
7. Пахомов С.А., Шостак С.В. Идентификация гидроакустического канала передачи // Стратегическая стабильность. 2020. Вып. 1 (90). С. 56–59.
8. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. М.: Связь, 1979. 416 с.
9. Цыпкин Я.З. Основы теории обучающихся систем. М.: Наука, 1970. 252 с.

