УДК 681.88:519.22

DOI: 10.37102/24094609.2020.31.1.007

ПРОСТРАНСТВЕННО–ВРЕМЕННАЯ ОБРАБОТКА СЛОЖНОГО ШИРОКОПОЛОСНОГО СИГНАЛА НА ОСНОВЕ ГАРМОНИЧЕСКОГО РАЗЛОЖЕНИЯ

С.А. Пахомов, С.В. Шостак

3-й испытательный центр в/ч 09703[1]

Для оценки направления на морской объект рассмотрено формирование пространственно-временного сигнала в приемной эквидистантной линейной антенной решетке в условиях плоского волнового фронта поля акустического давления, создаваемого сложным широкополосным сигналом. Модель формирования спектра информационного сигнала на выходе отдельного гидрофона антенной решетки представлена векторно-матричным уравнением в аддитивной смеси с шумом гидроакустического канала. Для оценивания такого сигнала применены методы линейного оценивания в спектральной области, позволяющие получить несмещенные оценки с минимальной дисперсией. Найдена матрица весовых коэффициентов, с помощью которой шумовые компоненты отдельного гидрофона (приемного канала) приводятся к белому шуму с минимальной дисперсией. При суммировании спектров гидрофонов антенной решетки пространственно-временной сигнал на ее выходе определен с помощью оценок отдельных информационных сигналов гидрофонов и их остаточного шума с разной дисперсией. Минимальное значение дисперсии выходного шума антенной решетки получено на основании ковариационной матрицы остаточного шума. Предлагаемый оптимальный метод оценки направления прихода сигнала от морского объекта на антенную решетку позволяет отказаться от избыточного числа ее линий задержки при одновременном значительном уменьшении влияния шума гидроакустического канала.

В современных гидроакустических системах (ГАС) серьезное внимание уделяется методам обработки сигналов с применением эквидистантных линейных антенных решеток (АР) [1, 2]. Такие АР представляют собой системы, состоящие из размещенных на одинаковом расстоянии гидрофонов, которые предназначены для преобразования гидроакустических волн в электрические сигналы. При взаимодействии гидроакустической волны с элементами АР в последней формируется пространственно-временной сигнал (ПВС), у которого имеется функциональная зависимость между временной и пространственными переменными [2]. Обработка ПВС в указанных АР понимается как решение задачи пространственно-временной оптимальной фильтрации, целью которой является выделение сигнала от источника колебаний с некоторого определенного направления. При этом, как хорошо известно, формирование ПВС происходит при наличии в гидроакустическом канале шумов окружающей среды. Поэтому для решения обозначенной задачи предварительно необходимо:

- задать статистические характеристики шума, в понятие которого включены и помехи канала передачи;
- определить критерий оптимальности;
- задать модель формирования ПВС.

Будем считать, что на интервале наблюдения присутствует стационарный окрашенный шум с нулевым средним и неизвестной функцией распределения, что, как правило, имеет место в реальной обстановке. Например, помеха от точечного отражателя/излучателя формирует на АР коррелированную помеху, в результате чего в гидрофонах помехи становятся не только коррелированными, но и имеющими различную дисперсию [3].

В качестве критерия оптимальности примем, что оценка сигнала от источника должна быть несмещенной и с минимальной дисперсией.

Рассмотрим теперь модель формируемого ПВС и его представление в частотной области.

В предположении плоского волнового фронта поле акустического давления формирует ПВС в АР, как показано на рис. 1.

[1] 690080, г. Владивосток, ул. Басаргина, 22. Тел.: +7 (423) 263-82-77. E-mail: pifagors@bk.ru, servash@mail.ru

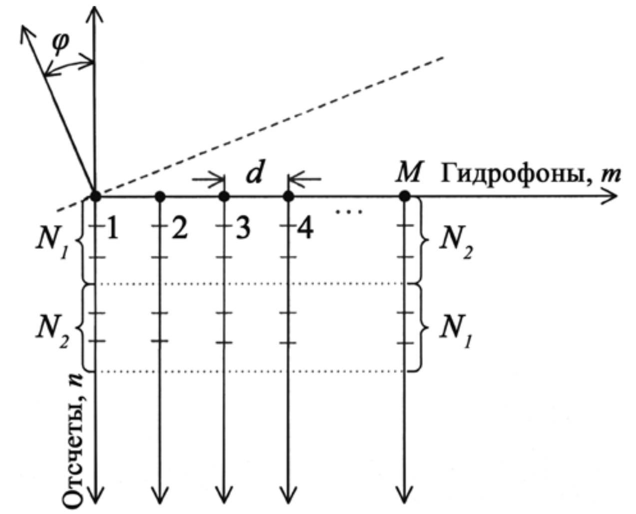

Рис. 1. Модель формирования пространственно-временного сигнала в АР

Предположим, что объект отражает/излучает сложный широкополосный сигнал *s(t),* где *t* – параметр времени. Так как АР находится в дальней зоне, когда волновой фронт считается плоским, то сигнал на *m*-м гидрофоне запаздывает относительно (*m* – 1) – го на величину (*d/c*)*sinφ*, где *d* – расстояние между гидрофонами, *c* – скорость звука в воде, *φ* – направление на источник колебаний (объект). В результате на отдельном гидрофоне формируется информационный сигнал вида:

$$s\left(t\right)=s\left(t-\left(m-1\right)\right)(d/c)sin\varphi, \tag{1}$$

где *m* – номер гидрофона в АР, $m=1\div M$.

После аналого-цифрового преобразования в каждом канале выражение (1) преобразуется к виду:

$$S_m\left(n\right)=S\left(n-\left(m-1\right)\upsilon\right), \tag{2}$$

где *n* – номер отсчета времени; *υ* – задержка, выраженная в единицах отсчета времени, $\upsilon=f_Д\, d\sin\varphi/c$; $f_Д$ – частота дискретизации.

В реальных условиях информационный сигнал (2) поступает на АР в аддитивной смеси с шумом гидроакустического канала $\omega_m(n)$, в результате чего на выходе формируется сигнал:

$$x_m\left(n\right)=S_m\left(n\right)+\omega_m\left(n\right), \tag{3}$$

где $\omega_m(n)$ – шум окружающей среды на отдельном гидрофоне, куда включены и помехи.

Выполним преобразование Фурье выражения (3) по переменной *n*:

$$\begin{aligned} X_m\left(k\right)&=\sum_{n=0}^{N-1}x_m\left(n\right)\exp\left(-j\frac{2\pi\upsilon}{N}k_n\right)=\\ &=\sum_{n=0}^{N-1}\left[S_m\left(n\right)+\omega_m\left(n\right)\right]\exp\left(-j\frac{2\pi\upsilon}{N}k_n\right)=\\ &=\exp\left(-j\frac{2\pi\upsilon}{N}\left(m-1\right)k\right)S\left(k\right)+W_m\left(k\right), \end{aligned} \tag{4}$$

где *S(k)* – спектр информационного сигнала; *N* – число отсчетов; *k* – номер отсчета в области частот, $k=0\div N-1$; $W_m(k)$ – спектр шума на выходе *m*-го гидрофона.

Число отчетов *N* в (4) выбирается из соотношения $N = N_1 + N_2$. Здесь N_1 – число отсчетов информационного сигнала, $N_2=\frac{f_Д d}{c}\sin\varphi_{\max}$, $\varphi_{\max}$ – установленный максимальный угол при формировании ПВС. Представим выражение (4) в векторно-матричном виде:

$$\mathbf{X}_m=\mathbf{H}_m\mathbf{S}+\mathbf{W}_m, \tag{5}$$

где:

$$\mathbf{X}_m=\underbrace{\begin{bmatrix} X_m\left(0\right)\\ X_m\left(1\right)\\ \cdots\\ X_m\left(N-1\right)\end{bmatrix}}_{N\times1},$$

вектор спектра измеренных данных в *m*-м гидрофоне;

$$\mathbf{H}_m=\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & h_{22} & 0 & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot & 0\\ 0 & 0 & 0 & h_{NN}\end{bmatrix}}_{N\times N},$$

матрица формирования спектра информационного сигнала в *m*-м гидрофоне, $h_{22}=\exp\left(-j\frac{2\pi\upsilon}{N}\left(m-1\right)\right)$, $h_{NN}=\exp\left(-j\frac{2\pi\upsilon}{N}\left(m-1\right)\left(N-1\right)\right)$;

$$\mathbf{S}=\underbrace{\begin{bmatrix} S\left(0\right)\\ S(1)\\ \cdots\\ S\left(N-1\right)\end{bmatrix}}_{N\times1},\ \mathbf{W}_m=\begin{bmatrix} W_m\left(0\right)\\ W_m\left(1\right)\\ \cdots\\ W_m\left(N-1\right)\end{bmatrix},$$

вектор спектра информационного сигнала (**S**); вектор спектра шум *m*-го гидрофона ($\mathbf{W}_m$).

Согласно выражению (5) видно, что модель формирования спектра сигнала отдельного гидрофона представляется линейно-матричным уравнением, где искомой величиной является вектор **S**. Для получения оценок на основе таких моделей применимы методы линейного оценивания. В этом случае оценки находятся как линейные комбинации взвешенных с определенными весами (которые требуется определить) измеренных данных [4, 5]. Такие методы линейного оценивания позволяют получить несмещенные оценки с минимальной дисперсией, когда отсутствуют точные знания статистик шума, а известны лишь моменты до второго порядка включительно [4–7].

Общий метод линейного оценивания основан на выражении:

$$\hat{\mathbf{S}} = \mathbf{AX}, \tag{6}$$

где $\hat{\mathbf{S}}$ – оценка информационного сигнала; **A** – неизвестная матрица весов, которую требуется определить; **X** – вектор измеренных данных.

Основным требованием к методам оценивания является способность выделения необходимых величин из зашумленных данных как можно точнее. К этому, во первых, относится требование несмещенности оценки:

$$\mathbf{E}\left[\hat{\mathbf{S}}\right] = \mathbf{S}, \tag{7}$$

где $E[\ ]$ – оператор математического ожидания.

Из-за наличия шума при оценке **S** формируется случайный процесс, и тогда:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}\left[\hat{\mathbf{S}}\right] &= \mathbf{E}\left[\mathbf{AX}\right] = \mathbf{E}\left[\mathbf{A}\left(\mathbf{HS}+\mathbf{W}\right)\right] = \\ &= \mathbf{AHE}\left[\mathbf{S}\right] + \mathbf{AE}\left[\mathbf{W}\right].\end{aligned} \tag{8}$$

Ранее было положено, что среднее значение шума равно нулю, т.е. **E**[**W**] = 0, следовательно, с учетом выражения (7) матрица **A** должна удовлетворять условию:

$$\mathbf{AH} = \mathbf{I}, \tag{9}$$

где **I** – единичная матрица.

Получим далее выражение для дисперсии вектора оценки $\hat{\mathbf{S}}$:

$$\begin{aligned}&\mathbf{E}\left[\left(\hat{\mathbf{S}} - \mathbf{E}\left[\hat{\mathbf{S}}\right]\right)\left(\hat{\mathbf{S}} - \mathbf{E}\left[\hat{\mathbf{S}}\right]\right)^{\mathbf{H}}\right] = \\ &= \mathbf{E}\left[\left(\mathbf{AX}-\mathbf{S}\right)\left(\mathbf{AX}-\mathbf{S}\right)^{\mathbf{H}}\right] = \\ &= \mathbf{E}\left[\left(\mathbf{AHS}+\mathbf{AW}-\mathbf{S}\right)\left(\mathbf{AHS}+\mathbf{AW}-\mathbf{S}\right)^{\mathbf{H}}\right],\end{aligned} \tag{10}$$

где н – операция гильбертова сопряжения.

С учетом (9) окончательно получим:

$$\mathbf{E}\left[\left(\hat{\mathbf{S}} - \mathbf{E}\left[\hat{\mathbf{S}}\right]\right)\left(\hat{\mathbf{S}} - \mathbf{E}\left[\hat{\mathbf{S}}\right]\right)^{\mathbf{H}}\right] = \mathbf{AC_W A^H}, \tag{11}$$

где $\mathbf{C_W} = \mathbf{E}\left[\mathbf{WW^H}\right]$ – ковариационная матрица.

Кроме требования несмещенности, во-вторых, к оценке предъявляется требование минимальной дисперсии. Для этого необходимо определить матрицу весовых коэффициентов **A** при условии (9), которая давала бы минимальное значение (11). Это задача на поиск условного минимума, и ее решение получено в [4, 7]. Решение дается в виде следующей теоремы, из которой следует, что если данные измерений **X** есть общая линейная модель вида:

$$\mathbf{X} = \mathbf{H\theta} + \mathbf{W}, \tag{12}$$

где **H** – известная (N × N) матрица, **θ** – (N × N) вектор параметров для оценивания, **W** – (N × 1) произвольно распределенный шумовой вектор с нулевым средним и известной (N × N) ковариационной матрицей $\mathbf{C_w}$, то наилучшей линейной несмещенной оценкой с минимальной дисперсией в классе линейных оценок для **θ** является:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \left(\mathbf{H^H C_W^{-1} H}\right)^{-1} \mathbf{H^H C_W^{-1} X}. \tag{13}$$

Дисперсия оценки $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ при этом определяется выражением:

$$\mathbf{var}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}\right) = \left(\mathbf{H^H C_W^{-1} H}\right)^{-1}, \tag{14}$$

а минимальная дисперсия оценки отдельного параметра θ_1:

$$\mathbf{var}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i\right) = \left[\left(\mathbf{H^H C_W^{-1} H}\right)^{-1}\right]_{ii}, \tag{15}$$

где $[\ ]_{ii}$ – выбор диагональных элементов.

Для нашего случая обработки ПВС в АР на основе модели (5) имеем:

$$\mathbf{A_m} = \left(\mathbf{H_m^H C_{Wm}^{-1} H_m}\right)^{-1} \mathbf{H_m^H C_{Wm}^{-1}}, \tag{16}$$

где C_{Wm} – ковариационная матрица шума в спектральной области.

И тогда:

$$\hat{\mathbf{S}} = \mathbf{A_m X_m} = \left(\mathbf{H_m^H C_{Wm}^{-1} H_m}\right)^{-1} \mathbf{H_m^H C_{Wm}^{-1} X_m}, \tag{17}$$

$$\mathbf{var}\left(\hat{\mathbf{S}}\right) = \left(\mathbf{H_m^H C_{W\mathit{m}}^{-1} H_m}\right)^{-1}, \tag{18}$$

$$\mathbf{var}\left(\hat{\mathbf{S}}(\mathbf{k})\right) = \left[\mathbf{H_m^H C_{Wm}^{-1} H_m}\right]_{\mathbf{kk}}^{-1}. \tag{19}$$

Множитель $\mathbf{C_{Wm}^{-1}}$ в (17) проводит предварительное отбеливание измеренных данных, т.е. выравнивает шумовой вклад для каждой частоты. В результате выполненных преобразований шумовые компоненты каждого канала приводятся к белому шуму с минимальной дисперсией, причем дисперсии остаточного шума в общем случае будут различны.

Дальнейшая обработка ПВС проводится суммированием спектров каналов с весами b_m, которые необходимо определить:

$$\mathbf{S_{AP}} = \sum_{m=1}^{M} b_m \mathbf{X'_m} = b_1\mathbf{X'_1} + b_2\mathbf{X'_2} + \ldots + b_M\mathbf{X'_M} = \mathbf{X'b}, \tag{20}$$

где $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_M \end{bmatrix}$ – вектор (M × 1) весов;

$\mathbf{X}' = \underbrace{\left[\mathbf{X}_1 \; \mathbf{X}_2 \ldots \mathbf{X}_M \right]}_{N \times M}$ – матрица ($N \times M$) спектров на M выходах АР; $\mathbf{X}'_\mathbf{m} = \hat{\mathbf{S}} + \mathbf{Z}_\mathbf{m} = \underbrace{\left[\hat{\mathbf{S}} \right] + \left[\mathbf{Z}_\mathbf{m} \right]}_{N \times 1}$ – вектор ($N \times 1$) спектра на выходе m-го канала АР, где $\mathbf{Z}_\mathbf{m}$ – вектор белого шума с дисперсией σ_m^2 в m-м канале.

Учитывая выражение для $\mathbf{X}'_\mathbf{m}$, представим (20) следующим образом:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{AP}} = b_1\left(\hat{\mathbf{S}} + \mathbf{Z}_1\right) + b_2\left(\hat{\mathbf{S}} + \mathbf{Z}_2\right) + \ldots$$
$$\ldots + b_M\left(\hat{\mathbf{S}} + \mathbf{Z}_\mathbf{M}\right) = \hat{\mathbf{S}} \sum_{m=1}^{M} b_m + \mathbf{Zb}. \quad (21)$$

Если ввести ограничение $\sum_{m=1}^{M} b_m = 1$, то выходной сигнал преобразуется к виду:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{AP}} = \hat{\mathbf{S}} + \mathbf{Zb}, \quad (22)$$

или:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{AP}}^{\mathbf{T}} = \hat{\mathbf{S}}^{\mathbf{T}} + \mathbf{b}^{\mathbf{T}}\mathbf{Z}^{\mathbf{T}}. \quad (23)$$

Тогда

$$\mathbf{E}\left[\mathbf{S}_{\mathbf{AP}}^{\mathbf{T}}\right] = \hat{\mathbf{S}}^{\mathbf{T}}, \quad (24)$$

а дисперсия выходного шума определяется выражением:

$$\mathbf{E}\left[\left(\mathbf{b}^{\mathbf{T}}\mathbf{Z}^{\mathbf{T}}\right)\left(\mathbf{b}^{\mathbf{T}}\mathbf{Z}^{\mathbf{T}}\right)^{\mathbf{H}}\right] = \mathbf{b}^{\mathbf{T}}\mathbf{R}_\mathbf{z}\mathbf{b}, \quad (25)$$

где $\mathbf{R}_\mathbf{z}$ – ковариационная матрица остаточного шума.

Требуется минимизировать (25) при ограничении:

$$\mathbf{b}^{\mathrm{T}}\mathbf{1} = 1, \quad (26)$$

где $\mathbf{1} = \underbrace{\left[1 1 \cdots 1\right]}_{1 \times M}^T$. Для решения этой задачи введем критерии эффективности [7]:

$$J = \frac{1}{2}\mathbf{b}^{\mathbf{T}}\mathbf{R}_\mathbf{z}\mathbf{b} + \eta\left(1 - \mathbf{b}^{\mathbf{T}}\mathbf{1}\right), \quad (27)$$

где η – множитель Лагранжа.

Так как J является квадратичной функцией от $\mathbf{b}$, то оптимальный вектор $\mathbf{b}$ может быть найден из условия $\nabla_\mathbf{b} J = 0$, где $\nabla_\mathbf{b}$ – оператор градиента. Градиент определяется выражением:

$$\nabla_\mathbf{b} J = \mathbf{R}_\mathbf{z}\mathbf{b} - \eta\mathbf{1}. \quad (28)$$

Оптимальное значение $\mathbf{b}_{опт}$ должно удовлетворять ограничению (25). Подставив (25) в (27), получим:

$$\eta = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1}^{\mathbf{T}}\mathbf{R}_\mathbf{z}^{-1}\mathbf{1}}, \qquad \mathbf{b}_{\mathbf{опт}} = \frac{\mathbf{R}_\mathbf{z}^{-1}\mathbf{1}}{\mathbf{1}^{\mathbf{T}}\mathbf{R}_\mathbf{z}^{-1}\mathbf{1}} \quad (29)$$

и $\mathbf{b}_{опт}$ удовлетворяет (25).

Минимальное значение дисперсии выходного шума найдем, подставляя $\mathbf{b}_{\mathbf{опт}}$ из (29) в выражение (25):

$$\mathrm{var}_{\min}\left(\mathbf{Z}\right) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1}^{\mathbf{T}}\mathbf{R}_\mathbf{z}^{-1}\mathbf{1}}. \quad (30)$$

В представленной работе получен оптимальный метод оценки направления на источник отражения/излучения путем обработки сложного широкополосного сигнала в спектральной области и при воздействии на линейную АР шума гидроакустического канала, включающего помехи канала. При этом в отношении шума предполагается, что функция его распределения неизвестна, но он может быть описан первым и вторым моментами. Описание пространственно-временного сигнала в спектральной области позволяет представить его в виде линейной модели (5), которая включает и шумовую составляющую. В рамках данной модели составляющая $\mathbf{H}_\mathbf{m}$ в (5) представляет матрицу, которая несет информацию о направлении и которую требуется предварительно составить. Критерий оптимальности в работе сформулирован в виде требований несмещенности и минимальной дисперсии оценки информационного сигнала. Эти требования реализуются на основе известной теоремы оценивания в виде матриц весовых коэффициентов, которыми взвешиваются сигналы на выходе отдельных гидрофонов. В результате этой операции отбеливается окрашенная или шумовая составляющая и минимизируется ее дисперсия. Последующее усреднение (20) взвешенных сигналов гидрофонов $b_m\mathbf{X}'_\mathbf{m}$ формирует выходной спектр АР $\mathbf{S}_{\mathbf{AP}}$ в виде аддитивной смеси спектра информационного сигнала $\hat{\mathbf{S}}$ и спектра белого шума $\mathbf{Z}_\mathbf{m}$, имеющего минимальную дисперсию. Представленный метод позволяет отказаться от большого числа линий задержки при определении направления на источник колебаний при одновременном существенном уменьшении влияния шума гидроакустического канала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бурдик В.С. Анализ гидроакустических систем: пер. с англ. / под ред. Н.М. Гусева и др. Л.: Судостроение, 1988. 392 с.
2. Гусев В.Г. Системы пространственно-временной обработки гидроакустической информации. Л.: Судостроение, 1988. 264 с.
3. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию: пер. с англ. / под ред. В.А. Лексаченко. М.: Радио и связь, 1986. 448 с.
4. Greybill F.A. Theory and Application of linear Model. Mass: Duxbury Press, North Scitnate, 1976. 704 p.
5. Kay S.M. Fundamentals of statistical signal processing: Estimate theory. N.Y.: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1993. 595 p.
6. Haykin S.O. Adaptive filter theory, 4th edition. N.Y.: Prentice-Hall, Upper Saddle River, 2002. 936 p.
7. Рао С.Р. Линейные статистические методы и их применения. пер. с англ. / под ред. Ю.В. Линника. М.: Наука, 1968. 548 с.