

# ОЦЕНКА ОШИБОК КОРРЕЛЯЦИОННО-ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ ПО КАРТЕ АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ НА ОСНОВЕ ТРАЕКТОРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ С БОРТА АВТОНОМНОГО ПОДВОДНОГО РОБОТА

**К.В. Дунаевская<sup>2</sup>, Л.В. Киселев<sup>1</sup>,  
В.Б. Костоусов<sup>2</sup>, А.Е. Тарханов<sup>2</sup>**

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт проблем морских технологий ДВО РАН<sup>1</sup>  
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт математики и механики им. Н.Н.Красовского УрО РАН<sup>2</sup>

Оценки точности подводной навигации на основе данных гравиметрических измерений с борта автономного подводного робота непосредственно связаны с вопросами картографирования аномалий поля силы тяжести (АСТ) с помощью высокоточных малоразмерных гравиметров. В работе продолжены исследования, направленные на повышение точности навигации по карте АСТ с возможностью реализации алгоритмов навигационной коррекции в реальном времени. Для решения задачи исследован новый метод оценки ошибок корреляционно-экстремальной навигации, основанный на анализе отношения главного и бокового пиков корреляционного функционала. Особенность предлагаемого метода, в отличие от известного байесовского подхода, заключается в возможности его использования при реализации бортовых алгоритмов, а также и при предварительной оценке информативности карты поля для планирования маршрутов. Результаты вычислительных экспериментов показывают, что при определенных условиях исследуемая оценка близка к расчетной байесовской оценке.

## ВВЕДЕНИЕ

Проблема коррекции навигационных ошибок в условиях длительного подводного плавания при отсутствии возможности всплытия на поверхность для того, чтобы осуществить навигацию по спутнику, придает важное значение задаче автономной навигации по геофизическому полю и, в частности, по полю аномалий силы тяжести (АСТ). Чтобы можно было воспользоваться этим методом, необходимо иметь на борту достаточно точную карту поля АСТ и высокоточный гравиметр.

Проблемы построения карты поля АСТ рассматривались в работах [1–6], в которых была сформулирована задача измерения характеристик поля с точной навигационной привязкой и предложено решение с применением автономного необитаемого подводного аппарата (АНПА) с гравиметром на борту. В первой части статьи обсуждаются особенности алгоритмов управления и модели измерений, которые используются в задаче картографирования поля АСТ.

Во второй части статьи исследуется новый метод оценки ошибок корреляционно-экстремальной навигации по карте поля АСТ, отличающийся от известного байесовского подхода сравнительно простой алгоритмом навигационной коррекции и оценкой информативности карты поля для маршрутизации управляемого движения.

Суть метода корреляционно-экстремальной навигации [7] заключается в следующем. На борту движущегося объекта (носителя) имеется эталонная карта прямоугольного участка (зоны коррекции) геофизического поля, например, заданная в виде матрицы интенсивностей поля в узлах равномерной регулярной сетки. Измеритель на борту носителя снимает фрагмент поля в виде последовательности отсчетов поля с постоянным шагом вдоль траектории. Здесь под фрагментом поля понимается набор

<sup>1</sup> 690091, г. Владивосток, ул. Суханова, 5а. Тел./факс: +7 (423) 243-25-78. E-mail: kiselev@marine.febras.ru

<sup>2</sup> 620990, г. Екатеринбург, ул. Первомайская, 91. Тел.: +7 (343) 375-34-45. E-mail: vkost@imm.uran.ru

отсчетов с привязкой их координат относительно первого отсчета. При этом за счет ошибок автономной инерциальной навигации полученная форма трассы измерений отличается от формы истинной траектории.

Задача метода коррекции навигационных параметров состоит в том, чтобы путем привязки измеренного фрагмента поля к эталонной карте уточнить требуемые навигационные параметры, например, координаты (широту, долготу) носителя. Привязка измерений к эталонной карте производится методом поиска глобального экстремума (максимума или минимума) некоторого функционала сопоставления измеренного фрагмента и эталонных фрагментов, полученных из эталонной карты для различных гипотез об искомых навигационных параметрах [7–9]. Информативность геофизического поля с позиций корреляционно-экстремальной навигации измеряется уровнем ошибок навигации при использовании данного метода. Источником ошибок, в конечном счете, как правило, являются ошибки картография и ошибки измерения поля. Однако чувствительность результата навигации к этим ошибкам в основном определяется градиентными характеристиками самого поля.

В работе [10] проведено исследование информативности поля АСТ на примере конкретного района. В данной работе на примере того же района исследуется метод оценивания ошибки коррекции [11, 12] при решении задачи навигации по полю аномалий силы тяжести. Задача рассматривается в вероятностной постановке. На основе этого метода строится критерий срыва коррекции в алгоритме коррекции ошибок определения координат движущегося автономного подводного объекта. Проведено статистическое исследование точности оценивания и качества предложенного критерия в сравнении с классическим байесовским подходом.

### 1. Гравиметрические измерения с борта АНПА и формирование карты поля аномалий силы тяжести

В работах [3–5] было отмечено, что для создания карты поля АСТ с требуемыми характеристиками точности необходимо одновременно решать задачи инерциальной навигации и гравиметрии. Совместное решение этих задач имеет принципиальное значение и в подводной робототехнике. В общей постановке смежных вопросов, относящихся к навигации и морским гравиметрическим измерениям, заложены не только общие принципы и тео-

ретические модели, но и существенные различия в характеристиках и возможностях технической реализации систем. В навигации подводного робота с использованием инерциальной навигационной системы (ИНС) речь идет о шести величинах: трех координатах центра масс платформы и трех углах, определяющих ее положение. Вопрос заключается в точности измерений и конструктивных характеристиках, определяющих возможность установки ИНС на борт малоразмерного подводного аппарата. Основной вклад в навигационную ошибку вносят, как известно, акселерометры и датчики угловых скоростей. Современные ИНС, использующие волоконно-оптические гироскопы, имеют небольшие размеры и обеспечивают точность навигации подводного аппарата-робота в режиме счисления пути с накоплением ошибки определения координат 25–40 км/ч в зависимости от реальных навигационных условий. Аналогичную точность обеспечивают курсовые приборы в сочетании с измерителями скорости, из которых наиболее точными являются акустические доплеровские лаги. Подобные системы получили применение в ряде глубоководных аппаратов, созданных в различные годы в ИПМТ ДВО РАН. При использовании ИНС необходимо исключить из показаний акселерометров величину ускорения силы тяжести, что, очевидно, предполагает определение ее среднего или текущего значения в данном районе. Это вносит дополнительную ошибку в навигационные вычисления.

Как правило, местоположение автономного или телеуправляемого подводного аппарата определяется в локальной прямоугольной системе координат  $(X, Y, Z)$ , связанной с положением донных гидроакустических маяков-приемоответчиков, с последующим пересчетом в географические координаты. Навигация обеспечивается с помощью комплекса, в состав которого включаются бортовая автономная, гидроакустическая и спутниковая системы (БАНС, ГАНС, СНС). БАНС работает по принципу счисления пути, ГАНС и СНС используются для коррекции численных данных.

Основные соотношения, связывающие навигационные вычисления на основе данных ИНС и гравиметрию, имеют вид:

$$\{X(t), Y(t), Z(t)\} = \{X(0), Y(0), Z(0)\} + \iint \{a_x, a_y, a_z\} dt^2$$

где  $a_x, a_y, a_z$  – компоненты ускорения, измеренные с помощью бортовых акселерометров:

$$\begin{aligned} a_x &= a \cos \psi \cos k + a_x^B, \\ a_y &= a \sin \psi + a_y^B, \\ a_z &= a \cos \psi \sin k + a_z^B + \bar{g}, \\ a &= (a_x^2 + a_y^2 + a_z^2)^{1/2}, \end{aligned}$$

$a_x^B, a_y^B, a_z^B$  – компоненты ускорений от внешних возмущений,  $\bar{g}$  – принятое значение ускорения силы тяжести,  $\psi$  – дифферент,  $k$  – курс аппарата.

Альтернативный вариант навигационных определений, не связанный с гравиметрией, основан на использовании в системе счисления пути абсолютно доплеровского лага (при движении вблизи дна) в сочетании с измерителем курса – гироскопическим или магнитным. Соответствующие выражения имеют вид:

$$\begin{aligned} \{X(t), Y(t)\} &= \{X(0), Y(0)\} + \int_0^t \{V_x, V_y\} dt, \\ V_x &= V_f \cos k + V_r \sin k, \quad V_y = V_f \sin k + V_r \cos k, \end{aligned}$$

где  $V_f, V_r$  – продольная и поперечная составляющие скорости по данным доплеровского лага.

При выполнении гравиметрических измерений необходимо знать координаты и скорости носителя, при этом одно из основных требований заключается в минимизации возмущающих и инерционных ускорений, которым подвержено основание гравиметра. Экспериментально показано, что при гравиметрии с борта АНПА удается обеспечить прецизионные измерения с достаточно высокой точностью навигационной привязки [6]. Это создает предпосылки для картографирования локальных аномалий поля силы тяжести на основе данных траекторных измерений в заданной характерной области пространства.

Проведенные в работе [7] модельные эксперименты по восстановлению карты поля на основе результатов траекторных измерений с помощью АНПА показали, что результирующую ошибку картографирования поля АСТ возможно довести до уровня нескольких единиц мГал, при этом точность географической привязки карты обеспечить на уровне нескольких единиц метров.

## 2. Новый метод оценки ошибок коррекции координат по карте геофизического поля

Рассмотрим задачу навигации движущегося объекта по геофизическому полю (ГФП) [8–10], где в качестве ГФП выступает поле аномалий силы тяжести, измеряемое гравиметром с борта движущегося подводного объекта. Поскольку рассматриваемый корреляционно-экстремальный метод используется

для коррекции ошибок инерциальной навигационной системы, задачу навигации по геофизическому полю правильнее называть задачей коррекции ошибок навигации. Здесь будет рассмотрена задача коррекции ошибок координат в горизонтальной плоскости.

Обозначим символом  $g(\mathbf{x})$  эталонную карту поля АСТ, заданную в некоторой прямоугольной области  $\Omega$  плоскости  $\mathbb{R}^2$  ( $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ ). С формальной математической точки зрения карта поля есть гладкая функция  $g(\mathbf{x})$  двумерного вектора  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$  ( $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^T$ ),  $T$  – знак транспонирования со значениями на оси действительных чисел:

$$g(\cdot) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}.$$

На практике функция  $g(\mathbf{x})$  представлена своими отсчетами в узлах регулярной двумерной сетки с заданным шагом. При необходимости получения значения функции  $g(\cdot)$  между узлами применяют подходящий метод интерполяции, например, билинейную интерполяцию. Для различения скалярных и векторных величин всюду ниже векторы выделяются жирным шрифтом.

Будем считать, что измерения поля производятся в точках прямолинейного отрезка, начинающегося в неизвестной точке  $\mathbf{x}$  в заданном фиксированном направлении, которое определяется единичным вектором  $\mathbf{p}$ . Модель измерения поля на борту движущегося объекта представима в виде:

$$\begin{aligned} \varphi_k &\triangleq \varphi_x(t_k) = g(\mathbf{x} + t_k \mathbf{p}) + \xi_k, \\ \mathbf{x} &\in Q, \quad k = 1, \dots, m, \end{aligned} \tag{1}$$

где  $\varphi_k$  – измеренное в дискретный момент  $t_k$  значение поля АСТ. Набор значений ( $m$ -вектор)  $\boldsymbol{\varphi} = (\varphi_1, \dots, \varphi_m)^T$  в дальнейшем будем называть измеренным фрагментом поля  $g$  или кратко – фрагментом.

В формуле (1) приняты следующие обозначения:

$Q \subset \Omega$  – область априорного положения начальной точки  $\mathbf{x} \in Q$  фрагмента  $\boldsymbol{\varphi}$  в области  $\Omega$  задания эталонной карты  $g$ ;

- $\mathbf{x}$  – истинное положение фрагмента;
- $\mathbf{p}$  – заданный единичный направляющий вектор трассы замеров;
- $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \dots, \xi_m)$  – вектор искажения фрагмента.

В векторной форме равенства (1) можно переписать в виде:

$$\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{s}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\xi}, \tag{2}$$

где  $m$ -вектор  $\mathbf{s}(\mathbf{x})$  есть набор отсчетов, снятых с карты поля АСТ в моменты времени  $t_k$ :

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}) = (g(\mathbf{x} + t_1 \mathbf{p}), \dots, g(\mathbf{x} + t_m \mathbf{p}))^T.$$

В простейшем случае вектор  $\boldsymbol{\xi}$  представляет со-

бой случайный нормальный белый шум с нулевым средним и ковариационной матрицей  $\sigma_\xi^2 \mathbf{I}$  ( $\mathbf{I}$  – единичная матрица,  $\sigma_\xi^2$  – заданная дисперсия). В реальности искажения фрагмента наряду со случайными шумами гравиметра включают неточности картографирования и ошибки относительного положения точек замеров, которые, в свою очередь, обусловлены навигационными ошибками носителя. Более подробно модель измерения поля АСТ с борта движущегося подводного объекта обсуждалась в работе [7].

В задаче коррекции требуется по указанным исходным данным получить в некотором смысле «хорошую» оценку  $\tilde{\mathbf{x}}$  неизвестного вектора  $\mathbf{x}$  и оценить точность этой оценки.

Вначале опишем, как данная задача решается в рамках байесовской теории нелинейной фильтрации [10]. В рамках этого подхода предполагаются известными априорная плотность распределения  $f_x(\mathbf{x})$  неизвестного вектора  $\mathbf{x}$  и плотность распределения  $f_x(\mathbf{x})$  вектора помехи  $f_\xi(\xi)$ , при этом будем считать, что вектор  $\mathbf{x}$  и  $\xi$  независимы.

Оптимальная байесовская оценка  $\tilde{\mathbf{x}}(\varphi)$ , при которой достигается минимум величины:

$$M_{x,\varphi} \{ (x_1 - \tilde{x}_1(\varphi))^2 + (x_2 - \tilde{x}_2(\varphi))^2 \}$$

математического ожидания квадратичной функции потерь имеет вид двойного (по размерности) искомого вектора  $\mathbf{x}$  интеграла:

$$\tilde{\mathbf{x}}(\varphi) = \iint \mathbf{x} f(\mathbf{x} / \varphi) d\mathbf{x}. \quad (3)$$

Здесь апостериорная плотность  $f(\mathbf{x} / \varphi)$  с учетом соотношения (2) выражается формулой:

$$f(\mathbf{x} / \varphi) = \frac{f_\xi(\varphi - \mathbf{s}(\mathbf{x})) f_x(\mathbf{x})}{\iint f_\xi(\varphi - \mathbf{s}(\mathbf{x})) f_x(\mathbf{x}) d\mathbf{x}}. \quad (4)$$

Для оценки ошибки коррекции  $\delta = \mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}(\varphi)$  используется матрица ковариаций  $P(\varphi)$ , вычисляемая из соотношения:

$$P(\varphi) = \iint \mathbf{x} \mathbf{x}^T f(\mathbf{x} / \varphi) d\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}(\varphi) \tilde{\mathbf{x}}^T(\varphi). \quad (5)$$

В описанном ниже вычислительном эксперименте интегралы в формулах (3–5) будем вычислять методом Монте-Карло, тогда апостериорная плотность  $f(\mathbf{x} / \varphi)$ , оценка  $\tilde{\mathbf{x}}(\varphi)$  и матрица ковариаций  $P(\varphi)$  записываются следующим образом [10]:

$$f(\mathbf{x} / \varphi) = \frac{f_\xi(\varphi - \mathbf{s}(\mathbf{x})) f_x(\mathbf{x})}{M_x \{ f_\xi(\varphi - \mathbf{s}(\mathbf{x})) \}},$$

$$\tilde{\mathbf{x}}(\varphi) = \frac{M_x \{ \mathbf{x} f_\xi(\varphi - \mathbf{s}(\mathbf{x})) \}}{M_x \{ f_\xi(\varphi - \mathbf{s}(\mathbf{x})) \}},$$

$$P(\varphi) = \frac{M_x \{ \mathbf{x} \mathbf{x}^T f_\xi(\varphi - \mathbf{s}(\mathbf{x})) \}}{M_x \{ f_\xi(\varphi - \mathbf{s}(\mathbf{x})) \}} - \tilde{\mathbf{x}}(\varphi) \tilde{\mathbf{x}}^T(\varphi).$$

Здесь используется математическое ожидание  $M_x \{ \cdot \}$ , соответствующее априорной плотности распределения  $f_x(\mathbf{x})$ . Отсюда, в соответствии с логикой метода Монте-Карло, можно получить следующие выражения для приближенных вычислений оценки  $\tilde{\mathbf{x}}(\varphi)$  и матрицы ковариаций  $P(\varphi)$ :

$$\tilde{\mathbf{x}}(\varphi) \approx \sum_{j=1}^N \mathbf{x}_j \mu_j, \quad (6)$$

$$P(\varphi) \approx \sum_{j=1}^N \mathbf{x}_j \mathbf{x}_j^T \mu_j - \tilde{\mathbf{x}}(\varphi) \tilde{\mathbf{x}}^T(\varphi), \quad (7)$$

где:

$$\mu_j = \frac{\tilde{\mu}_j}{\sum_{j=1}^N \tilde{\mu}_j}, \quad \tilde{\mu}_j = f_\xi(\varphi - \mathbf{s}(\mathbf{x}_j)).$$

В формулах (6), (7) точки  $\mathbf{x}_j$  генерируются датчиком случайных чисел в соответствии с априорной плотностью  $f_x(\mathbf{x})$  распределения вероятностей искомого вектора  $\mathbf{x}$ ,  $N$  – количество генерируемых точек (реализаций). Известно [10], что при увеличении числа реализаций можно добиться сколь угодно высокой точности вычисления интегралов (3–5). Более того, эта точность может быть оценена непосредственно при реализации метода Монте-Карло (см. [8, п. 1.5.2]).

Байесовский метод, хотя и является оптимальным, имеет два существенных недостатка, которые препятствуют его применению в системах коррекции реального времени. Во-первых, это требование знания априорной плотности  $f_x(\mathbf{x})$  и плотности помехи  $f_\xi(\xi)$ , причем известно, что результат оценивания сильно зависит от этих величин. Во-вторых, это неприемлемо большая трудоемкость вычислений, поскольку для того чтобы получить достаточную точность вычисления интегралов (3–5), число реализаций  $N$  должно иметь порядки не менее десятков или сотен тысяч. Поэтому байесовский подход в данной работе применяется для сравнительного анализа точности предлагаемого, более практичного, подхода к оценке ошибки коррекции. При этом анализ будет проводиться для случая гауссовских плотностей распределений  $f_x(\mathbf{x})$  и  $f_\xi(\xi)$ .

Здесь основным предметом исследования является корреляционно-экстремальный поисковый метод коррекции навигационных ошибок [8], который дополняется новым способом оценки ошибки коррекции, основанным на анализе функционала сопоставления.



В качестве примера алгоритма коррекции рассматривается следующий квадратичный функционал сопоставления замеров и карты поля:

$$\Phi(x) = \sum_{k=1}^m [g(x + t_k p) - \varphi_k]^2.$$

В данном случае оценка  $\tilde{x}(\varphi)$  определяется в результате поиска минимума функционала  $\Phi(x)$ :

$$\tilde{x}(\varphi) = \arg \min_{x \in Q} \Phi(x). \tag{8}$$

Предлагаемый метод оценки ошибки коррекции применим и для любого другого функционала сопоставления.

Вычисление оценки ошибки коррекции опирается на следующее неравенство:

$$\frac{\Phi(x_{\min_1})}{\Phi(x_{\min_2})} < P_{tr}, \tag{9}$$

где  $x_{\min_1}$  – точка глобального минимума,  $x_{\min_2}$  – точка второго по величине локального минимума, отстоящая от точки  $x_{\min_1}$  – первого минимума – на достаточно далекое расстояние,  $P_{tr}$  – пороговое значение. Неравенство (9) показывает, насколько глобальный минимум в (8) ярко выражен на фоне других локальных минимумов, поскольку чем меньше отношение в (9), тем надежнее решается задача коррекции с точки зрения устойчивости к ошибкам. В этом смысле это неравенство характеризует информативность поля в районе  $Q$ . Порог  $P_{tr}$  определяется из статистического эксперимента с помощью критерия Неймана–Пирсона и соответствует минимальному уровню ошибок 2-го рода при фиксированном уровне ошибок 1-го рода. Здесь под ошибкой 1-го рода понимается принятие ошибочного результата алгоритма за правильную коррекцию, а под ошибкой 2-го рода понимается ошибочный отказ от коррекции при правильном результате работы алгоритма. В статистическом эксперименте ошибочность результата работы определялась по превышению заданного порога расстояния между истинным положением фрагмента и решением задачи (8).

При заданном пороге  $P_{tr}$  можно вычислить порог  $\Phi_{tr} = \frac{\Phi(x_{\min_1})}{P_{tr}}$  и затем определить диаметр следующего множества:

$$D_{\max} = \text{diam}\{x : \Phi(x) \leq \Phi_{tr}\}. \tag{10}$$

Величина  $D_{\max}$  служит оценкой ошибки алгоритма коррекции, которая может быть вычислена в процессе работы алгоритма в реальном времени и использована для принятия решения о коррекции во время движения. С помощью такого показателя решающее правило коррекции выглядит следующим образом:

если величина  $D_{\max} / 2$  не превышает значения допустимой радиальной ошибки  $R_{\max}$ , то принимается гипотеза о правильной коррекции. Само значение  $D_{\max} / 2$  представляет собой оценку максимально возможной ошибки коррекции.

### 3. Результаты вычислительных экспериментов

Для проведения вычислительного эксперимента в качестве эталонной карты поля использовалась восстановленная карта аномалий силы тяжести, полученная в работе [7]. При этом замеры поля формировались по исходной географической карте остаточных аномалий силы тяжести в заливе Петра Великого Японского моря (показана на рис. 1, а). Исходная кар-

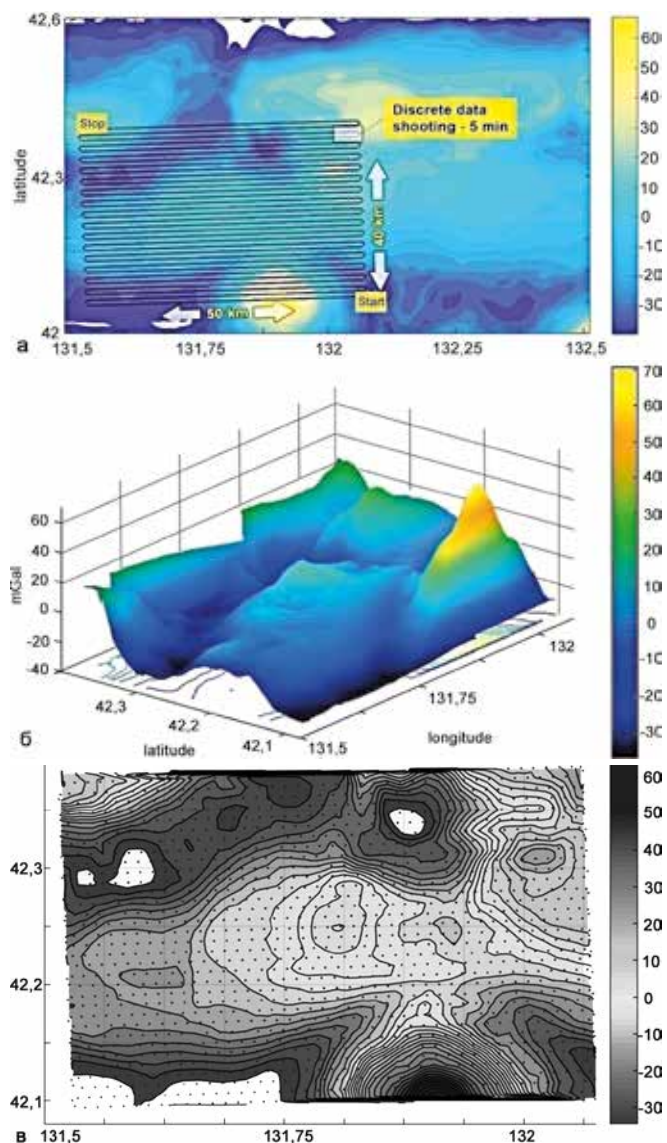


Рис.1. Фрагмент географической карты АСТ с нанесенными траекториями типа «меандр» (а), 3D-изображение восстановленного участка поля (б), карта восстановленного участка АСТ (в)

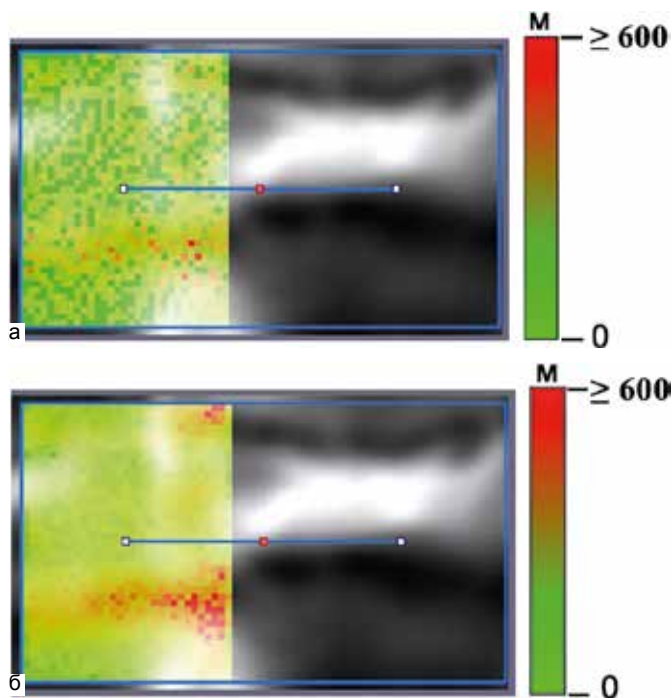


Рис. 2. Сравнение распределений истинных ошибок по зоне коррекции (а) и оценки с помощью  $D_{max}$  (б). В заданной цветовой шкале показаны величины ошибок коррекции координат и их  $D_{max}$  – оценки, относящиеся к начальным точкам трасс замеров, расположенных в узлах километровой сетки. Одна из трасс замеров показана в центре каждого рисунка. Оба распределения показаны на фоне матрицы информативности [5] исследуемого района

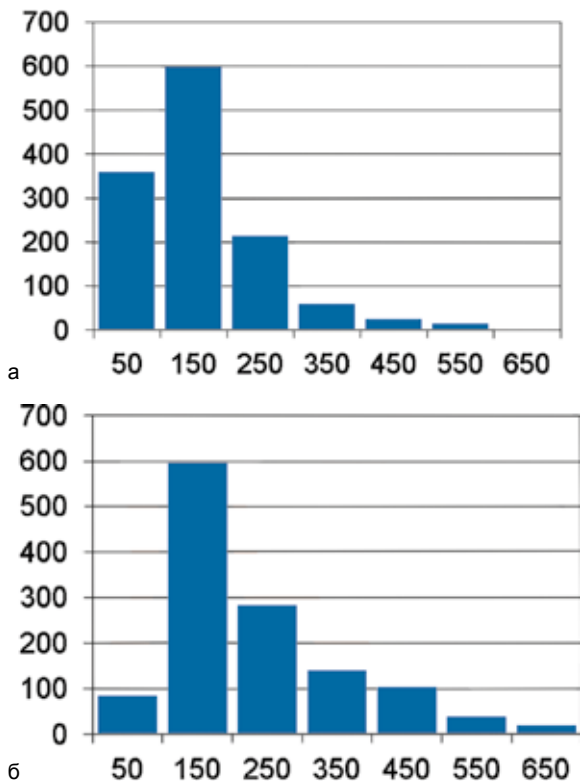


Рис. 3. Сравнение гистограммы (а) истинной ошибки коррекции координат и гистограммы (б) величины  $D_{max}/2$ . Отсчеты по горизонтальной оси заданы в метрах, общий объем статистического эксперимента – 1270 испытаний

та была получена в лаборатории гравиметрии Тихоокеанского океанологического института ДВО РАН с помощью судовой прецизионной съемки гравиметром «Чекан-М» разработки концерна ЦНИИ «Электроприбор». На рис. 1, а также показаны траектории движения АНПА типа «меандр», которые использовались для моделирования движения и получения измерений поля АСТ. На рис. 1, б показано 3D-изображение восстановленного участка поля и на рис. 1, в, приведена карта восстановленного участка АСТ, которая использовалась в описываемом вычислительном эксперименте в качестве эталона для коррекции.

**Описание условий эксперимента.**

В зоне коррекции, карта которой показана на рис. 1, а, производилось формирование модельных замеров поля АСТ с шагом 100 м вдоль прямолинейных трасс длиной 40 км, направленных вдоль оси X (горизонтально на рис. 1, в). Коррекция проводилась по восстановленной карте, показанной на рис. 1, в. Доверительный прямоугольник Q (т.е. область априорного положения точки начала трассы, где производился поиск минимума (8)) имел размеры  $30 \times 40$  км. Сетка эксперимента, в узлах которой начинались трассы замеров, покрывала доверительный прямоугольник с шагом 1 км. Всего было произведено  $N_j = 1270$  экспериментов по корреляционно-экстремальной коррекции ошибок навигации.

Полная модель формирования замеров поля АСТ, согласно [7], включала ошибки автономной навигации, ошибки гравиметра (систематические и случайные) и ошибки картографирования.

На рис. 2 для сравнения показаны в цветовой шкале результаты экспериментов: сравнение истинных ошибок коррекции и ошибок полученных с помощью  $D_{max}$ . При этом значение СКО флуктуационной составляющей суммарной ошибки измерения и картографирования было взято равным  $\sigma_\xi = 3$  мГал.

В приводимых ниже результатах векторная ошибка оценивания  $\delta = x - \tilde{x}(\varphi)$  для удобства анализа была приведена к скалярной величине радиальной ошибки:  $r(\delta) = \sqrt{\delta_{x_1}^2 + \delta_{x_2}^2}$ , где  $\delta_{x_1}^2, \delta_{x_2}^2$  – квадраты координат вектора  $\delta$ .

Статистический анализ оценки  $D_{max}$  был произведен для алгоритма (8) с решающим правилом (9), где  $P_r = 0,92$ . В результате эксперимента получилось, что ошибка оценивания  $r(\delta) = \sqrt{\delta_{x_1}^2 + \delta_{x_2}^2}$ , где  $\varepsilon$  – истинная радиальная ошибка коррекции в модельном испытании, получила следующие характеристики: среднее значение  $\bar{\delta} \approx 130$  м и среднеквадратическое значение  $\sigma_\delta \approx 100$  м. На рис. 3 для более подробного сравнения приведены гистограммы истинной ради-

альной ошибки коррекции координат и гистограммы величины  $D_{\max} / 2$  при  $\sigma_{\xi} = 3$  мГал. Шаг ячейки расчета гистограмм в обоих случаях – 100 м.

Наряду с приведенным выше анализом точности метода оценки посредством величины  $D_{\max}$  был также проведен эксперимент для сравнения этого метода с оптимальным байесовским оцениванием (см. предыдущий раздел) для зоны коррекции на рис. 1, в, при следующих условиях:

- априорная плотность распределения вектора  $x$  является гауссовой:  $f_x(x) = N(x; \bar{x}, P_x)$ , где математическое ожидание  $\bar{x}$  расположено в центре доверительного прямоугольника  $Q$ , ковариационная  $2 \times 2$  матрица имеет вид  $P_x = \sigma_x^2 I$ ,  $I$  – единичная  $2 \times 2$  матрица,  $\sigma_x = 5$  км;
- плотность распределения  $f_{\xi}(\xi)$   $m$ -вектора помехи  $\xi$  является гауссовой:  $f_{\xi}(\xi) = N(\xi; \theta, \sigma_{\xi}^2 I)$ , где математическое ожидание  $\theta$  – нулевой вектор, ковариационная  $m \times m$  матрица имеет вид  $P_x = \sigma_x^2 I$ ,  $I$  – единичная  $m \times m$  матрица, СКО ошибки измерения  $\sigma_{\xi} = 2 - 5$  мГал;
- случайные векторы  $x$  и  $\xi$  статистически независимы.

При расчете интегралов (3–5) методом Монте-Карло было взято  $N = 100000$  реализаций гауссовских случайных величин (формулы (6) и (7)).

Для сравнения на рис. 4 приведены график апостериорной плотности распределения  $f(x/\varphi)$  (рис. 4, а) и график обратного функционала сопоставления  $1/\Phi(x)$  (рис. 4, б), которые получены по измеренному фрагменту  $\varphi$ , взятому вдоль трассы, начинающейся из центральной точки области неопределенности  $Q$ .

Результаты статистических экспериментов для разных уровней СКО  $\sigma_{\xi}$  показаны в табл. 1, 2. В табл. 1 приведены результаты испытаний предложенного метода (10) оценивания ошибок коррекции в сравнении с истинными ошибками и с байесовским оцениванием для одного фиксированного положения  $x = \theta$  (центр  $Q$ ) фрагмента при многократной ( $N_s = 1000$ ) генерации вектора ошибок измерения  $\xi$ . Табл. 2 содержит результаты экспериментов для различных положений фрагмента при генерации вектора  $x \in Q$  и ошибок измерения  $\xi$  (объем эксперимента:  $N_s = 1000$ ).

В таблицах приняты следующие обозначения:

- $\bar{\delta}_n = \bar{r}(\tilde{x}_n(\varphi) - x)$  – средняя истинная радиальная ошибка поискового алгоритма, где  $\tilde{x}_n(\varphi)$  – решение задачи (8);
- $\bar{\sigma}_{D_{\max}}$  – средняя оценка ошибки поискового алгоритма, полученная предложенным методом (10);
- $\bar{\delta}_b = \bar{r}(\tilde{x}_b(\varphi) - x)$  – средняя истинная радиальная ошибка байесовского алгоритма, где  $\tilde{x}_b(\varphi)$  – байесовская оценка (6);
- $\bar{\sigma}_b = \sqrt{\bar{P}_{x_1 x_1} + \bar{P}_{x_2 x_2}}$  – средняя радиальная расчетная оценка ошибки байесовского алгоритма, где  $\bar{P}_{x_1 x_1}, \bar{P}_{x_2 x_2}$  – средние компоненты ковариационной матрицы (7).

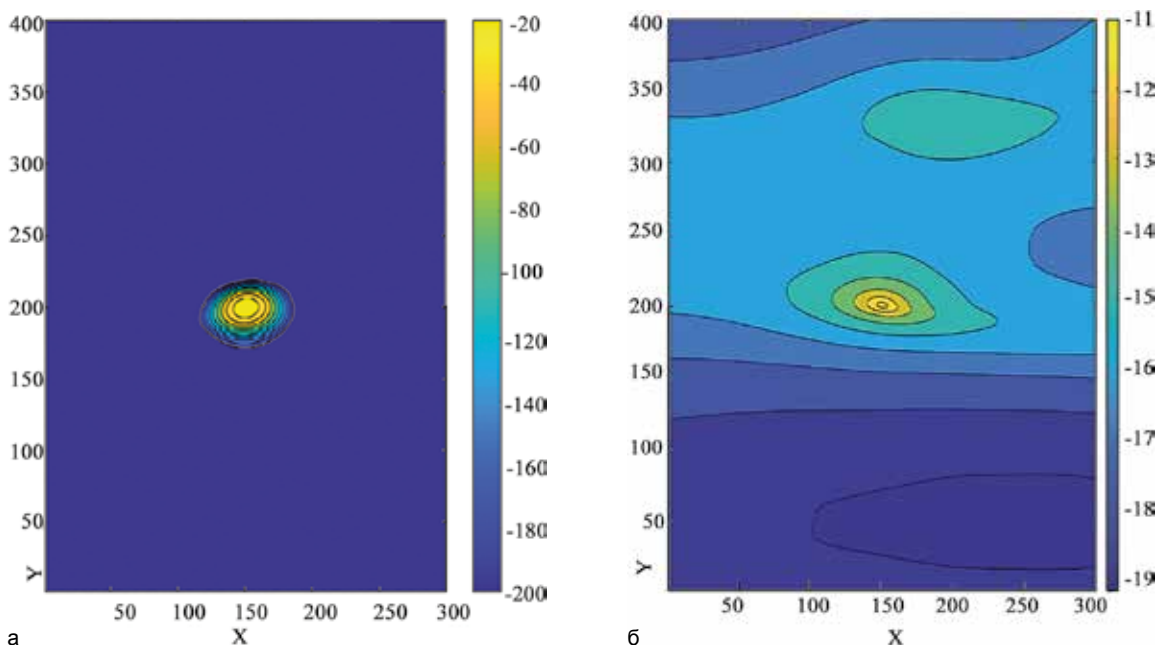


Рис. 4. График апостериорной плотности распределения  $f(x/\varphi)$  (а) и график обратного функционала сопоставления  $1/\Phi(x)$  (б) для измеренного фрагмента  $\varphi$ , взятого вдоль трассы, начинающейся из центральной точки области неопределенности  $Q$ . Для наглядности цветовая шкала значений обоих графиков задана в логарифмическом масштабе, шкалы координат заданы в дискретах карты (1 дискрет = 100 м)



**Таблица 1. Результаты статистического эксперимента для  $x = \theta$**

$\sigma_{\xi}$ мГал Метод коррекции	2		3		4		5	
Поисковый алгоритм ( $\bar{\delta}_D, \bar{\sigma}_{D_{max}}$ ), м	50	74	89	138	117	196	142	258
Байесовский алгоритм ( $\bar{\delta}_B, \bar{\sigma}_B$ ), м	75	82	108	123	143	164	178	205

**Таблица 2. Результаты статистического эксперимента для  $x \in N(x; \theta, 5000^2 I)$**

$\sigma_{\xi}$ мГал Метод коррекции	2		3		4		5	
Поисковый алгоритм ( $\bar{\delta}_D, \bar{\sigma}_{D_{max}}$ ), м	89	123	123	201	168	284	201	366
Байесовский алгоритм ( $\bar{\delta}_B, \bar{\sigma}_B$ ), м	94	89	133	140	171	195	216	241

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вычислительные эксперименты по восстановлению карты поля аномалий силы тяжести конкретного района залива Петра Великого показывают, что применение АНПА позволяет обеспечить высокоточные гравиметрические измерения, при которых результирующая ошибка картографирования поля АСТ достигается на уровне нескольких единиц, и при этом точность географической привязки карты обеспечивается на уровне нескольких единиц метров.

Предложен новый способ оценки ошибок корреляционно-экстремального метода коррекции по карте поля АСТ, который в отличие от байесовского метода не требует знания апостериорной плот-

сти распределения оцениваемого вектора и плотности распределения вектора ошибок измерения и не предъявляет чрезмерных требований к ресурсам бортового вычислителя.

Путем вычислительного эксперимента проведено сравнение предложенного метода оценки ошибок коррекции с байесовским методом оценивания. Показано, что предложенная оценка ошибок коррекции с помощью  $D_{max}$  (10), с одной стороны, близка к истинной ошибке, а с другой – хорошо приближает сверху расчетную байесовскую оценку ошибки в условиях, когда априорная плотность распределения  $f_x(x)$  и плотность распределения  $f_{\xi}(\xi)$  вектора ошибок измерения  $x$  являются гауссовыми и случайные векторы  $x$  и  $\xi$  независимы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Kiselev L.V., Medvedev A.V., Kostousov V.B., Tarkhanov A.E. Autonomous underwater robot as an ideal platform for marine gravity surveys // Proc. of the 24-th Saint Petersburg Int. Conf. on Integrated Navigation Systems. Saint Petersburg: CSRI «Elektroprigor», 2017. P. 605–608.
2. Berdyshev V.I., Kiselev L.V., Kostousov V.B. Mapping Problems of Geophysical Fields in Ocean and Extremum Problems of Underwater Objects Navigation // IFAC Papers OnLine. 2018. Vol. 51 (32). P. 189–194.
3. Kiselev L.V., Kostousov V.B. On Interrelation and Similarity in Solution of Navigation and Gravimetric Tasks in Underwater Robotics // Proc. of the 26-th Saint Petersburg Int. Conf. on Integrated Navigation Systems. Saint Petersburg: CSRI «Elektroprigor», 2019. P. 395–397.
4. Ageev M.D. AUV-a precise platform for underwater gravity measurement // Proc. of IEEE OCEANS'94. Vol.1. Brest, 1994.
5. Ageev M.D. Автономный подводный аппарат – идеальная прецизионная платформ для подводных гравиметрических измерений // Подводные исследования и робототехника. 2009. № 1 (7). С. 4–8.
6. Kinsey J.C., Tivey M.A., Yoerger D.R. Toward High-Spatial Resolution Gravity Surveying of the Mid-Ocean Ridges with Autonomous Underwater Vehicles. WHOI Deep Ocean Exploration Institute and WHOI Green Innovation Technology Award. Massachusetts, USA, 2009.
7. Киселев Л.В., Костоусов В.Б., Медведев А.В., Тарханов А.Е. О гравиметрии с борта автономного подводного робота и оценках ее информативности для навигации по карте // Подводные исследования и робототехника. 2019. № 1 (27). С. 21–30.
8. Степанов О.А., Торопов А.Б. Методы нелинейной фильтрации в задаче навигации по геофизическим полям. Ч.1. Обзор алгоритмов // Гироскопия и навигация. 2015. № 3 (90). С. 102–125.
9. Степанов О.А., Торопов А.Б. Методы нелинейной фильтрации в задаче навигации по геофизическим полям. Ч.2. Современные тенденции // Гироскопия и навигация. 2016. № 1 (91). С. 147–159.
10. Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 1. Введение в теорию оценивания. СПб: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 509 с.
11. Костоусов В.Б., Тарханов А.Е. Оценка информативности геофизического поля с точки зрения корреляционно-экстремальной навигации // Материалы 7-й науч.-техн. конф. «Технические проблемы освоения Мирового океана». Владивосток: ИПМТ ДВО РАН, 2017. С. 394–398.
12. Костоусов В.Б., Дунаевская К.В. Метод коррекции навигационных ошибок по полю высот объектов местности // Материалы 31-й конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2018. С. 218–227.
13. Костоусов В.Б., Тарханов А.Е. Новый метод оценки ошибок коррекции координат по карте геофизического поля // Материалы 8-й науч.-техн. конф. «Технические проблемы освоения Мирового океана». Владивосток: ИПМТ ДВО РАН, 2019. С. 347–351.