

АЛГОРИТМ РЕКОНСТРУКЦИИ ПРОФИЛЯ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ПО ДАННЫМ ТОЧЕЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Д.В. Макаров

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева
ДВО РАН¹

Разработан метод расчета непрерывного профиля акустического поля по данным точечных измерений с помощью гирлянды гидрофонов. Метод основан на использовании функций дискретного представления переменных. Показано, что данный метод обеспечивает практически точное воспроизведение профиля акустического поля, если вертикальная длина волны звука превышает удвоенное расстояние между соседними гидрофонами. В случае, когда акустическое поле локализовано по глубине за счет существования приповерхностного или придонного звукового канала, требуемая для реконструкции длина гирлянды гидрофонов может быть уменьшена.

ВВЕДЕНИЕ

При интерпретации данных, полученных в ходе натурных акустических экспериментов в океане, нередко возникает потребность в идентификации лучей и/или мод, формирующих звуковое поле в области приема сигнала. Для решения этой задачи часто используется явление межмодовой дисперсии, благодаря которому сигналы, распространяющиеся вдоль различных лучей, могут разделяться во времени. Затем можно попытаться рассчитать траектории соответствующих лучей в рамках приближения геометрической акустики.

К сожалению, приближение геометрической акустики является полноценно справедливым только в коротковолновом пределе, поэтому его использование для моделирования низкочастотных сигналов всегда вызывает много вопросов [1–3]. Более того, луче-

вой метод является удобным средством только в случае упрощенных моделей океанической среды, не включающих в себя различные случайные неоднородности. Включение последних в модель может привести к неустойчивости лучевых траекторий при сколь угодно малых отклонениях начальных условий (неустойчивость по Ляпунову), что неминуемо повлечет за собой резкое возрастание количества лучей, требуемого для корректного воссоздания картины принимаемого сигнала [4–7]. Данный эффект оказывается весьма значимым при дальнейшем распространении звука. При волновом моделировании проблема неустойчивости по Ляпунову не возникает, однако хаотическое поведение лучей проявляет себя и в этом случае: акустическое поле на больших расстояниях от источника может ощутимо

¹ 690041, Владивосток, ул. Балтийская, 43.
Тел.: 8(423) 2311400. E-mail: makarov@poi.dvo.ru

реагировать на малые возмущения среды [1, 8]. Поскольку в акустических экспериментах практически всегда присутствует некоторый дефицит информации о состоянии среды, данное обстоятельство существенно осложняет сопоставление экспериментальных данных с данными численного моделирования.

Многообещающим путем решения указанной проблемы является моделирование с помощью, так называемых устойчивых компонент, представляющих собой волновые пакеты с минимальной неопределенностью [9–11]. Аккуратное выделение таких пакетов из общей структуры акустического поля требует, вообще говоря, знания его непрерывного вертикального профиля. В настоящей работе предлагается метод, позволяющий рассчитать непрерывный профиль по данным точечных измерений с помощью гирлянды одиночных приемников. В качестве одиночных приемников могут выступать как комбинированные приемники, позволяющие измерять комплексную амплитуду акустического поля, так и обычные гидрофоны. Сама по себе возможность восстановления непрерывного профиля акустического поля по точечным измерениям следует из теоремы Котельникова. В основе предлагаемого здесь подхода лежит математический метод, используемый как средство эффективного численного моделирования многочастичных задач квантовой механики [12]. Вообще говоря, использование методов квантовой теории в задачах подводной акустики стало уже довольно распространенным явлением. Достаточно вспомнить внедрение в акустику океана теории случайных матриц [6, 13–16] или использование плотности квазивероятности для расчета углового спектра акусти-

ческого поля [17–19]. Также отметим, что идейно похожий подход используется для оценки пространственного спектра звукового поля, создаваемого турбулентным вихрем [20, 21].

Статья построена следующим образом. В разделе 1 приводится краткое изложение метода дискретного представления переменных, лежащего в основе данной работы. Раздел 2 посвящен численному тестированию метода для случая гирлянды гидрофонов, перекрывающей всю водную толщу. В разделе 3 рассматривается случай, когда акустическое поле локализовано внутри некоторого интервала глубин вследствие наличия, например, приповерхностного или придонного звукового канала. В Заключение обсуждаются дальнейшие перспективы представленного метода.

1. Метод дискретного представления переменных

Рассмотрим акустический волновод с граничными условиями на поверхности воды ($z = 0$) и на дне ($z = L$), имеющими общий вид:

$$\begin{aligned} F_1(\Psi, d\Psi / dz)|_{z=0} &= C_1, \\ F_2(\Psi, d\Psi / dz)|_{z=L} &= C_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где F_1 и F_2 – некоторые функции, а C_1 и C_2 некоторые константы. Предположим, что данный волновод допускает ограниченное количество распространяющихся мод M , т. е. все моды с номерами $m > M$ достаточно быстро затухают из-за поглощения в дне. Другими словами, если точка наблюдения акустического поля достаточно удалена от источника звука, то поле в ней формируется некоторым числом волноводных мод, не превышающим M . Во многих случаях коэффициент поглощения акустической моды плавно зависит

от ее номера, поэтому величина M зависит от расстояния.

Зафиксируем положение точки наблюдения акустического поля и зададимся целью воспроизвести акустическое поле по данным точечных измерений на некотором дискретном наборе глубин, на которых мы расположим гидрофоны. Нам поможет метод, известный в квантовой механике как дискретное представление переменных (discrete variable representation). Описание этого метода можно найти, например, в обзоре [12]. Суть его заключается в следующем. Рассмотрим некоторый набор ортогональных базисных функций $\{\phi_j(z)\}_{j=1}^{\infty}$, удовлетворяющий граничным условиям (1). Положим, что акустическое поле $\Psi(z)$ может быть представлено как суперпозиция первых N функций этого набора. Математически это можно выразить следующим образом:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N |a_n|^2 &= 1, \\ a_n &= \int_{z=0}^L dz \phi_n^*(z) \Psi(z). \end{aligned} \quad (2)$$

Используя данный базисный набор, можно представить глубину z в виде квадратной матрицы $\mathbf{Q}$ с элементами

$$Q_{mn} = \int_{z=0}^L dz \phi_m^*(z) z \phi_n(z). \quad (3)$$

Для нас имеет значение не столько сама матрица $\mathbf{Q}$, сколько ее собственные значения $\{z_\alpha\}_{\alpha=1}^N$ и векторы. Пусть $\mathbf{V}$ – матрица, столбцы которой являются собственными векторами $\mathbf{Q}$. Тогда мы можем сконструировать новый базисный набор, состоящий из так называемых функций дискретного представления переменных (ДПП):

$$\chi_\alpha(z) = \sum_{j=1}^N V_{j\alpha} \phi_j(z). \quad (4)$$

Акустическое поле может быть представлено в виде разложения по функциям ДПП:

$$\Psi(z) = \sum_{\alpha=1}^N b_{\alpha} \chi_{\alpha}, \quad (5)$$

где

$$b_{\alpha} \int_{z=0}^L dz \chi_{\alpha}^* \Psi(z). \quad (6)$$

Ключевым преимуществом базиса функций ДПП является возможность найти коэффициенты b_{α} по точечным измерениям акустического поля на глубинах, являющихся собственными значениями матрицы $\mathbf{Q}$, т. е.:

$$b_{\alpha} = \sqrt{\omega_{\alpha}} \Psi(z_{\alpha}). \quad (7)$$

Если матрица $\mathbf{Q}$ является трехдиагональной, то коэффициенты ω_{α} выражаются простой формулой:

$$\omega_{\alpha} = \frac{V_{j\alpha}^*}{\phi_j(z_{\alpha})}, \quad (8)$$

т. е. они не зависят от j . Таким образом, производя измерения акустического поля на глубинах $\{z_{\alpha}\}$, где $\alpha = 1, 2, \dots, N$, мы можем найти коэффициенты b_{α} , а затем воспользоваться формулой (5) и найти полное поле $\Psi(z)$.

К сожалению, далеко не каждый набор базисных функций $\{\phi_j(z)\}_{j=1}^{\infty}$ обеспечивает трехдиагональность матрицы $\mathbf{Q}$. В некоторых случаях эту проблему удастся решить путем замены переменной z . С точки зрения подводной акустики представляет интерес следующий набор базисных функций:

$$\phi_j(z) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{j\pi z}{h}\right), \quad 0 \leq z \leq L, \quad (9)$$

отвечающий граничным условиям Дирихле:

$$\phi_j(z=0) = \phi_j(z=L) = 0. \quad (10)$$

Условие обращения акустического поля в нуль на поверхности воды представляется довольно естественным. Условие же на ниж-

ней границе соответствует случаю, когда скорость звука испытывает резкий скачок при $z = L$, но даже в этом случае оно выполняется лишь приближенно. Замена переменной:

$$y = \cos\left(\frac{\pi z}{L}\right) \quad (11)$$

позволяет добиться трехдиагонального вида матрицы $\mathbf{Q}$. В этом случае ее собственные векторы и собственные значения находятся аналитически:

$$V_{j\alpha} = \sqrt{\frac{2}{N+1}} \sin\left(\frac{j\alpha\pi}{N+1}\right), \quad (12)$$

$$y_{\alpha} = \cos\left(\frac{\alpha\pi}{N+1}\right). \quad (13)$$

Эти собственные значения соответствуют глубинам:

$$z_{\alpha} + \alpha \frac{L}{N+1} = \alpha \Delta z. \quad (14)$$

Таким образом, получаем, что для точной реконструкции акустического поля требуется эквидистантная цепочка гидрофонов, перекрывающая всю толщу волновода. Впрочем, как показано далее, при определенных условиях последнее требование может быть существенно снижено. Соответствующее значение весового коэффициента ω равно расстоянию между соседними гидрофонами:

$$\omega = \Delta z. \quad (15)$$

Отметим, что формулы (5) и (7) являются верными как для измерений комплексной амплитуды акустического поля, так и для измерения акустического давления $u = \text{Re} \Psi$:

$$u(z) = \text{Re} \left(\sum_{\alpha=1}^N b_{\alpha} \chi_{\alpha} \right). \quad (16)$$

2. Численная проверка алгоритма

В качестве примера рассмотрим модельный мелководный

акустический волновод с глубиной $L = 100$ м. На рис. 1 представлены функции ДПП $\chi_{\alpha}(z)$ для случая гирлянды из 9 гидрофонов, расположенных на глубинах $z_{\alpha} = 10, 20, \dots, 90$ м. Как видно, каждая из функций ДПП преимущественно локализована в окрестности соответствующего гидрофона.

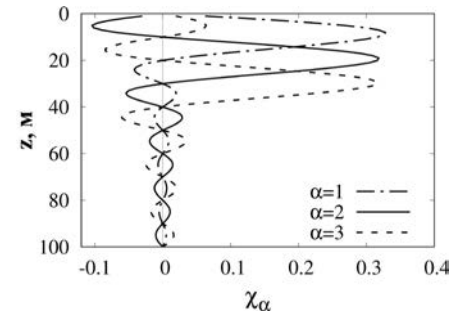


Рис. 1. Функции дискретного представления переменных, соответствующие различным значениям параметра α

Зададимся вопросом: насколько точно описанный выше алгоритм воспроизводит вертикальный профиль акустического поля? Для оценки степени точности воспользуемся функцией воспроизводимости:

$$F = \frac{\left| \int_{z=0}^L dz u_{\text{ex}}^*(z) u_{\text{est}}(z) \right|^2}{u_0^4}, \quad (17)$$

$$u_0^2 = \int_{z=0}^L dz |u_{\text{ex}}|^2, \quad (18)$$

где u_{ex} – точный профиль, подлежащий восстановлению, а u_{est} – результат оценки по точечным измерениям с помощью формулы (16).

Согласно определению, $F = 1$ при $u_{\text{ex}} = u_{\text{est}}$ и стремится к нулю по мере ослабления перекрытия между u_{ex} и u_{est} . Положим, что поле в области приема имеет вид гауссова пакета:

$$u_{\text{ex}}(z) = \text{Re} \left(A \exp \left[-\frac{(z-z_0)^2}{4\Delta^2} + 2\pi i \frac{z-z_0}{\lambda_z} + i\varphi \right] \right), \quad (19)$$

где $z_0 = L/2 = 50$ м, а фаза φ подбирается так, чтобы удовлетворялись граничные условия:

$$u_{ex}(z=0) = u_{ex}(z=L) = 0. \quad (20)$$

Во всех рассматриваемых ниже случаях $\varphi = \pi/2$. Амплитуда A не влияет на величину воспроизводимости и может иметь произвольное ненулевое значение. Примеры волновых пакетов, описываемых формулой (19), приведены на рис. 2.

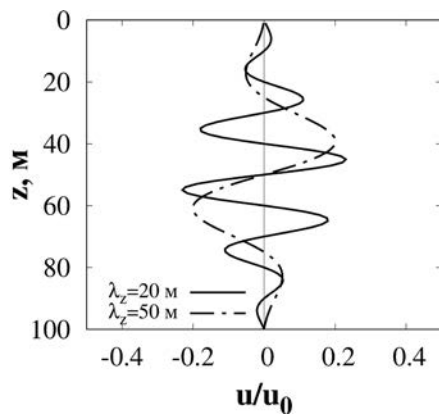


Рис. 2. Профиль акустического давления, описываемый формулой (19), при различных значениях вертикальной длины волны λ_z

На рис. 3 представлена зависимость воспроизводимости от расстояния между соседними гидрофонами Δz . Расчёты производились для различных значений параметра λ_z , задающего вертикальную длину волны акустического поля. Эта величина определяется частотой звука, а также углом скольжения звуковой волны относительно горизонтальной

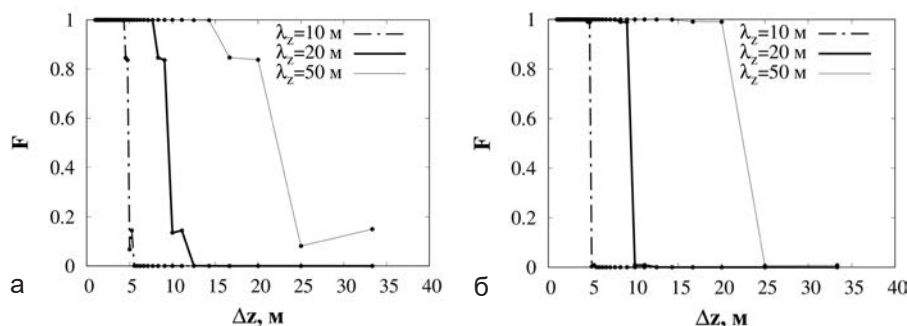


Рис. 3. Зависимость воспроизводимости акустического поля от расстояния между соседними гидрофонами: $\Delta = 20$ м (а); $\Delta = 50$ м (б)

плоскости. Если обозначить угол скольжения как γ , то соответствующая формула имеет вид

$$\lambda_z = \frac{c_0}{f \operatorname{tg} \gamma}, \quad (21)$$

где c_0 — опорное значение скорости звука.

Как следует из приведенных на рисунке кривых, воспроизводимость испытывает резкий спад при

$$\Delta z \approx \frac{\lambda_z}{2}, \quad (22)$$

что согласуется с теоремой Котельникова, которую вполне можно обобщить на рассматриваемую задачу. Данные, полученные для волновых пакетов с разными значениями параметра Δ , характеризующего ширину пакета по глубине, в целом согласуются друг с другом, хотя в случае $\Delta = 50$ м спад является более резким и более четко привязанным к критическому значению, определяемому формулой (22). Последнее связано с тем, что правая часть (22) определяется в общем случае характерным масштабом вертикальной изменчивости волнового пакета. Этот масштаб совпадает с λ_z только если $\Delta \gg \lambda_z/2$, т.е. волновой пакет является достаточно широким. В противном случае огибающая волнового пакета вносит существенный вклад в спектр его вертикальных осцилляций. Таким

образом, условие (22) приобретает некую дополнительную «расстройку», а соответствующее падение воспроизводимости становится более расплывчатым.

3. Волновой пакет, локализованный по глубине

Как уже упоминалось в предыдущем параграфе, каждая из функций ДПП достаточно хорошо локализована по глубине в окрестности соответствующего гидрофона. Положим, что профиль скорости звука предполагает наличие достаточно узкого волновода, например, приповерхностного или придонного канала. Тогда резонно предположить, что точное восстановление акустического поля не требует, чтобы гирлянда гидрофонов перекрывала всю водную толщу — достаточно ограничиться лишь областью волновода и некоторой, возможно малой, его окрестностью. Для проверки этого утверждения рассмотрим акустическое поле, описываемое формулой:

$$u(z) = A \frac{z}{\sigma} \exp \left(-g \frac{z}{\sigma} + 2\pi i \frac{z}{\lambda_z} + i\varphi \right), \quad (23)$$

где $\sigma = 20$ м, $\lambda_z = 20$ м, $\varphi = \pi/2$.

Параметр g , характеризующий степень локализации поля по глубине, меняется от 1 до 3, при этом акустическое поле сосредоточено на малых глубинах. Это соответствует распространению в приповерхностном звуковом канале. Очевидно, что в этом случае для восстановления полного профиля поля достаточно только верхней части гирлянды гидрофонов.

При использовании укороченной гирлянды восстановленный профиль акустического давления описывается формулой:

$$u_{est}(z) = \operatorname{Re} \left(\sum_{\alpha=1}^{N_0} b_{\alpha} \chi_{\alpha} \right), \quad (24)$$

где $N_0 \leq N$. Найдем зависимость воспроизводимости от глубины самого нижнего гидрофона $z_{\max} = N_0 \Delta z$. Расстояние между соседними гидрофонами Δz выбрано равным 5 м, что соответствует половине от критического значения, устанавливаемого формулой (22). Согласно данным, представленным на рис. 4, нам удастся получить достаточно высокую воспроизводимость, перекрывая

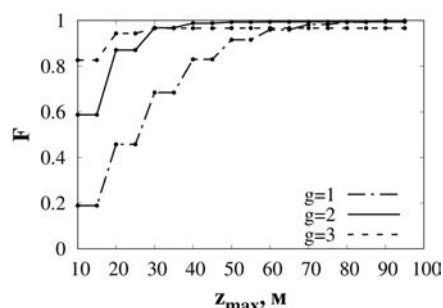


Рис. 4. Зависимость воспроизводимости от глубины самого нижнего гидрофона в случае укороченной гирлянды

гирляндой гидрофонов только верхнюю половину волновода. Точность восстановления предсказуемо увеличивается с ростом g , т.е. с усилением локализации по глубине. Отклонение воспроизводимости от единицы при достаточно больших значениях $z_{\max}$ связано, главным образом, с вкладом придонного «хвоста» акустического поля. Приповерхностная же часть акустического поля воспроизводится практически точно. Об этом наглядно свидетельствуют данные, представленные на рис. 5. На нем точный профиль акустического поля сравнивается с профилем, восстановленным с помощью гирлянды с максимальной глубиной $z_{\max} = 2\sigma = 40$ м. Таким образом, если нас интересует не весь вертикальный профиль поля, а только некоторый ограниченный интервал глубин,

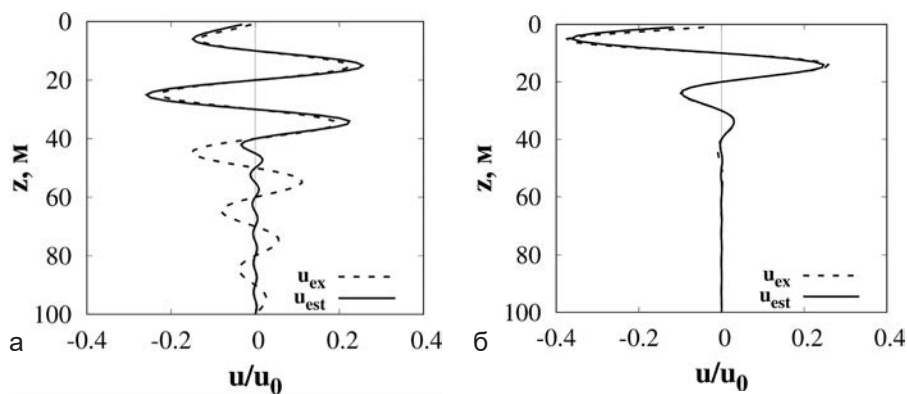


Рис. 5. Точный (штриховая линия) и восстановленный (сплошная линия) профили акустического поля. Случай гирлянды гидрофонов, перекрывающей только верхний 40-метровый слой океана: $g = 1$ (а); $g = 3$ (б)

мы можем перекрывать гирляндой только его.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая работа посвящена методу восстановления вертикального профиля акустического поля по данным, полученным с помощью гирлянды гидрофонов. Метод основан на использовании так называемых функций дискретного представления переменных (ДПП). Поскольку вид этих функций явно не зависит от частоты сигнала, мы можем без труда обобщить этот метод на случай импульсных звуковых полей при условии, что расстояние между гидрофонами не превышает половину минимальной вертикальной длины волны. Представленный метод может быть использован как для выделения устойчивых компонент акустического поля [9–11], так и для экспериментального измерения пропагатора акустического поля, знание которого обеспечивает практически полное описание свойств рассматриваемого волновода [13–16].

Величина воспроизводимости может понижаться за счет некорректного учета граничных условий при построении функций ДПП. Особенно это касается нижней границы волновода. Однако

возможная ошибка будет в этом случае сосредоточена только в непосредственной близости границ, а ее влияние на воссоздание остальной части профиля звукового поля будет незначительным.

Важнейшей задачей для дальнейшего исследования представленного метода является анализ влияния сторонних шумов на качество восстановления. Такие шумы могут быть связаны как с инструментальными погрешностями измерения, так и с океанической средой, например, это могут быть поверхностные шумы океана. Кроме того, имеет смысл провести анализ устойчивости метода по отношению к малым вертикальным смещениям гидрофонов, что почти всегда возникает в отсутствие жесткой их фиксации.

Работа частично поддержана грантом РФФИ 16-35-60040. Часть работы выполнена по госбюджетной тематике ТОИ ДВО РАН «Математическое моделирование и анализ динамических процессов в океане» (№ 117030110034). Автор выражает благодарность П.С. Петрову за обсуждение отдельных аспектов рассматриваемой проблемы, а также М.Ю. Улейскому за помощь в подготовке иллюстраций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hegewisch K. C., Cerruti N.R., Tomsovic S. Ocean acoustic wave propagation and ray method correspondence: internal wave fine structure // J. Acoust. Soc. America. 2005. Vol. 117, No 3 (Pt 2). P. 1582–1594.
2. Kon'kov L. E., Makarov D.V., Uleysky M. Yu., Sosedko E.V. Recovery of ordered periodic orbits with increasing wavelength for sound propagation in a range-dependent waveguide // Phys. Rev. E. 2007. Vol. 76, No 5. 056212.
3. Макаров Д. В., Коньков Л.Е., Улейский М.Ю. Соответствие между лучевой и волновой картинами и подавление хаоса при дальнем распространении звука в океане // Акуст. журн. 2008. Т. 54, № 3. С. 439–450.
4. Tomsovic S., Heller E.J. Long-time semiclassical dynamics of chaos: the stadium billiard // Phys. Rev. E. 1993. Vol. 47, No 1. P. 282–299.
5. Tappert F. D., Tang X. Ray chaos and eigenrays // J. Acoust. Soc. America. 1996. Vol. 99, No 1. P. 185–195.
6. Вировлянский А. Л., Макаров Д.В., Пранц С.В. Лучевой и волновой хаос в подводных акустических волноводах // Успехи физических наук. 2010. Т. 182, № 1. С. 19–48.
7. Makarov D., Prants S., Virovlyansky A., Zaslavsky G. Ray and wave chaos in ocean acoustics: chaos in waveguides. Singapore: World Scientific, 2010. 388 p.
8. Cerruti N. R., Tomsovic S. Sensitivity of wave field evolution and manifold stability in chaotic systems // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 88, No 5. 054101.
9. Virovlyansky A.L. Stable components of sound fields in the ocean // J. Acoust. Soc. America. 2017. Vol. 141, No 2. P. 1180–1189.
10. Артельный П. В., Вировлянский А.Л., Казарова А.Ю., Коротин П.И., Любавин Л.Я., Стуленков А.В. Наблюдение устойчивых компонент звуковых полей в Ладожском озере // Акуст. журн. 2018. Т. 64, № 2. С. 174–185.
11. Virovlyansky A. L., Makarova Iu.M. On spatial structure of the wave field in a vertical section of a deep water acoustic waveguide // Europhys. Lett. 2018. Vol. 123, No 5. 54004.
12. Beck M. H., Jäckle A., Worth G.A., Meyer H.-D. The multiconfiguration time-dependent Hartree (MCTDH) method: a highly efficient algorithm for propagating wavepackets // Physics Reports. 2000. Vol. 324, No 1. P. 1–106.
13. Hegewisch K. C., Tomsovic S. Random matrix theory for underwater sound propagation // Europhys. Lett. 2012. Vol. 97, No 3. 34002.
14. Makarov D. V., Kon'kov L. E., Uleysky M. Yu., Petrov P.S. Wave chaos in a randomly inhomogeneous waveguide: spectral analysis of the finite-range evolution operator // Phys. Rev. E. 2013. Vol. 87, No 1. 012911.
15. Hegewisch K. C., Tomsovic S. Constructing acoustic timefronts using random matrix theory // J. Acoust. Soc. America. 2013. Vol. 134, No 4. P. 3174–3184.
16. Makarov D. Random matrix theory for low-frequency sound propagation in the ocean: A spectral statistics test // J. Theor. Comput. Acoust. 2018. Vol. 26, No 1. 1850002.
17. Вировлянский А. Л., Окомелькова И.А. Лучевой подход для расчета сглаженного по угловым и пространственным масштабам локального спектра поля в волноводе // Изв. ВУЗов. Сер. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 12. С. 1542–1554.
18. Макаров Д. В., Коньков Л.Е. Угловая структура акустических импульсов в горизонтально-неоднородном подводном звуковом канале // Электронный журнал «Техн. акустика». 2016. № 3.
19. Макаров Д.В. Об измерении углов прихода акустических импульсов с помощью вертикальной антенны // Акуст. журн. 2017. Т. 63, № 6. С. 637–645.
20. Зайцев М. Ю., Копьев В.Ф., Котова А.Н. Представление звукового поля турбулентного вихревого кольца суперпозицией квадрупольей // Акуст. журн. 2001. Т. 47, № 6. С. 793–801.
21. Kopiev V. F., Zaitsev M. Yu., Chernyshev S.A., Ostrikov N.N. Vortex ring input in subsonic jet noise // Int. J. Aeroacoust. 2007. Vol. 6, No 4. P. 375–405.

