УДК 534.23

DOI: 10.25808/24094609.2018.26.2.008

ОСОБЕННОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ЧАСТОТНОЙ СТРУКТУРЫ ЗВУКОВЫХ ПОЛЕЙ, СФОРМИРОВАННЫХ ПОГРАНИЧНЫМИ ВОЛНАМИ РЭЛЕЯ-ШОЛТЕ

Б.А. Касаткин, Н.В. Злобина, С.Б. Касаткин

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем морских технологий ДВО РАН¹

Выполнен расчёт звукового поля в волноводе типа водный слой – твёрдое полупространство для случая, когда скорость сдвиговой волны в полупространстве меньше скорости звука в водном слое. Особое внимание уделено сопряжённой паре нормальных волн нулевого порядка (фундаментальным модам), которые в предельных случаях низких или высоких частот вырождаются в пограничную волну Рэлея или в пограничные волны Рэлея-Шолте, регулярную и обобщённую соответственно. Рассмотрены варианты практической реализации пограничных волн Рэлея-Шолте в интерференционных структурах, регистрируемых комбинированным приёмником, в случае низких частот, когда пограничные волны Рэлея-Шолте вносят доминирующий вклад в суммарное звуковое поле.

введение

При анализе звуковых полей инфразвукового диапазона в реальных волноводах типа жидкий слой донное полупространство существенно увеличивается глубина проникновения звукового поля в донное полупространство. Это приводит к необходимости учёта сдвиговой упругости консолидированных пород, слагающих морское дно на достаточно больших глубинах, и, следовательно, к усложнению самой граничной задачи. Принципиальная особенность модельной постановки граничной задачи заключается в том, что она должна быть несамосопряжённой, учитывающей факт взаимной трансформации продольных и поперечных волн на границах раздела, а также другие эффекты трансформации, присущие этой модельной постановке, отмеченные ранее в работах [1–3]. Как отмечено в этих работах, для корректного продолжения поля вытекающих нормальных волн в донное полупространство с соблюдением условий погашаемости поля на бесконечности необходимо руководствоваться гипотезой о возможной трансформации расходящихся волн в сходящиеся волны отдачи с одновременным изменением знака вертикальных волновых чисел на некотором множестве горизонтов трансформации. Такая операция не изменяет условия локальной непрерывности звукового поля на границах раздела, но нарушает условия локальной непрерывности на самих горизонтах трансформации. Как показано в этих работах, на самих горизонтах трансформации выполняется только условие непрерывности по импедансу, определённому через отношение интегральных величин, таких как сила, действующая на элемент поверхности, и объёмная колебательная скорость, определённая для этого элемента поверхности, при условии, что размер элемента поверхности достаточно велик по сравнению с длиной волны. Привлечение к описанию звукового поля сходящихся волн отдачи как собственных функций сопряжённого оператора автоматически означает переход к несамосопряжённой модельной постановке самой граничной задачи. Отметим основные особенности решения граничной задачи для волновода типа жидкий слой – твёрдое полупространство в несамосопряжённой модельной постановке.

Все нормальные волны, описывающие звуковое поле в волноводе, зарождаются на критических частотах сопряжёнными парами, образующими комбинационную волну. Одна из волн является регулярной волной, для которой соблюдаются условия локальной непрерывности поля во всей области определения. Другая волна является обобщённой, гибридной, содержащей расходящуюся волну и сходящуюся волну отдачи. Для этой составляющей выполняются условия локальной непрерывности

¹ 690091, Владивосток, ул. Суханова, 5а. Тел.: 8 (423) 2226416. Е-mail: kasatkas@marine.febras.ru

поля на границах раздела, но на горизонтах трансформации расходящейся волны в сходящуюся волну отдачи выполняются только условия непрерывности по импедансу.

На критических частотах регулярная волна зарождается как обратная волна, у которой групповая скорость является положительно определённой, а фазовая скорость является отрицательной. Обобщённая волна зарождается как обычная волна, у которой фазовая и групповая скорости являются положительно определёнными. По этой причине критические частоты являются частотами продольного (радиально-толщинного) резонанса, который предшествует зарождению волнового движения. С ростом частоты обратная регулярная волна трансформируется в обычную волну, и в волноводе устанавливается режим интерферирующих расходящихся (бегущих) волн.

При любой комбинации параметров сопряжённых сред в таком волноводе существует пара пограничных волн Рэлея–Шолте, регулярная и обобщённая, гибридная, для которых критическая частота равна нулю (фундаментальные моды). Для пограничных волн потери на распространение являются минимальными, а сами волны являются доминирующими составляющими в звуковом поле инфразвукового диапазона.

Как следствие локальной разрывности звукового поля на горизонтах трансформации генерируется мелкомасштабная вихревая составляющая вектора интенсивности с периодом $\lambda/2$ (λ – длина волны), нормальная к горизонту трансформации, для которой суммарная мощность равна нулю. По этой причине несамосопряжённая модельная постановка является вполне корректной, не нарушающей фундаментальных законов физики.

В качестве горизонтов трансформации могут выступать либо горизонты полного внутреннего отражения обобщённых нормальных волн, либо горизонты вытекания вытекающих нормальных волн комплексного спектра, либо горизонт источника, на котором активируется комплексный угловой спектр источника, не принимающий участия в отборе энергии источника при решении соответствующей граничной задачи в самосопряжённой модельной постановке.

Решение граничной задачи в несамосопряжённой модельной постановке не является аналитической функцией спектрального параметра, а формула разложения звукового поля в ряд по собственным функциям несамосопряжённого оператора может быть получена с использованием соотношений обобщённой ортогональности, как это сделано в работе [1].

Модельное описание пограничных волн и сформированного ими звукового поля

Дисперсионные зависимости для пограничных волн Рэлея–Шолте в волноводе типа жидкий слой – твёрдое полупространство находятся из решения дисперсионного уравнения в форме:

$$\begin{split} Z_{_{BX,2}} + Z_{_{BX,1}} &= 0. \\ Z_{_{BX,1}} &= i\omega\rho_1 tg(k_{_{31}}h)/k_{_{31}}, Z_{_{BX,2}} = Z_L + Z_t, \\ Z_L &= \omega\rho_2(2x-1)^2/k_{_{3L}}, Z_t = -4\omega\rho_2 x(x-1)/k_{_{3t}}, \quad (1) \\ k_{_{3L}}^2 &= k_{_L}^2 - \xi^2, k_{_{3t}}^2 = k_{_t}^2 - \xi^2, x = (\xi/k_t)^2, \\ a_1 &= k_{_1}^2 - \xi^2, k_L = \omega/c_L, k_t = \omega/c_t, k_1 = \omega/c_1, x = (\xi/k_t)^2, \end{split}$$

где h – толщина жидкого слоя, $Z_{\text{вх.2}}$ – входной импеданс твёрдого полупространства, ω , ρ_1 , c_1 – круговая частота, плотность и скорость звука в жидком слое, ρ_2 , c_L , c_t – плотность, скорости продольных и поперечных волн в твёрдом полупространстве соответственно, ξ – постоянная распространения.

 k^2

Среди корней характеристического (дисперсионного) уравнения (1) при всех параметрах сопряжённых сред существуют два вещественных корня, которым соответствуют две нормальные волны, не имеющие критической частоты (фундаментальные моды). В предельном случае низких частот $k_1h \ll 1$ эти волны вырождаются в волну Рэлея, а в предельном случае $k_1h \gg 1$ эти волны вырождаются в пограничные волны Шолте, регулярную волну R-типа и обобщённую Lt-типа [2, 3].

Дисперсионные зависимости для фазовых (1, 3) и групповых (2, 4) скоростей регулярной волны Рэлея-Шолте R-типа и обобщённой волны Рэлея-Шолте Ltтипа соответственно поясняются на рис. 1. В расчётах приняты следующие значения параметров сопряжённых сред: $\rho_{12} = \rho_1 / \rho_2 = 1/2, 2, c_L = 2300 \text{ м/c}, c_1 = 1500 \text{ м/c},$ с, = 885 м/с. Характер дисперсионных зависимостей для волн Рэлея-Шолте таков, что в области частот, меньших первой критической, с увеличением частоты фазовая и групповая скорости одновременно уменьшаются или одновременно увеличиваются. Это означает, что в низкочастотном звуковом поле, сформированном преимущественно волнами Рэлея-Шолте, инвариант пространственно-частотной интерференционной структуры $\beta = -dc_{\phi,n}^{-1} / dc_{r,n}^{-1}$ будет отрицательным [4], что подтверждается рис. 1, б, на котором представлены практически совпадающие частотные зависимости инварианта для регулярной волны Рэлея-Шолте R-типа (красный цвет) и обобщённой волны Рэлея-Шолте Lt-типа (синий цвет).

Рис. 2, *а*-в поясняют распределение давления (компонент тензора напряжения) в поперечном сече-



Рис. 1. Дисперсионные зависимости для фазовых (1, 3) и групповых (2, 4) скоростей регулярной волны Рэлея–Шолте R-типа (1, 2) и обобщённой волны Рэлея–Шолте Lt-типа (3,4) – а; частотная зависимость инварианта – б

 φ_0



Рис. 2. Функции поперечного сечения для регулярной (а) и обобщённой (б, в) пограничных волн Рэлея–Шолте

нии волновода для регулярной (рис. 2, a) и обобщённой (рис. 2, δ , e) пограничных волн Рэлея–Шолте. Из двух возможных функций поперечного сечения для обобщённой волны реализуется та, для которой суммарный поток мощности является положительно определённым. Буквами «L», «t» обозначены эпюры для нормальных напряжений со знаком (–) и сдвиговых напряжений.

При аналитическом описании звукового поля в твёрдом полупространстве воспользуемся понятием скалярного приближения, полагая, что звуковое поле в придонной области твёрдого полупространства, где сдвиговые напряжения близки к нулю, эквивалентно полю звукового давления в жидком полупространстве с параметрами ρ_2 , $c_2 = c_L$, как это реализовано в модельном волноводе Пекериса. В этом приближении звуковое поле, сформированное пограничными волнами Рэлея–Шолте в волноводе и полупространстве на частотах, меньших первой критической, описывается следующими формулами:

$$\phi_0(r,z) = -\frac{2\pi i}{h} \frac{\phi_{01}(r,z) + \phi_{02}(r,z)}{E_{01} + |E_{02}|},$$
(2)

$$\begin{split} \varphi_{01}(r,z) &= \varphi_{01}(z_0) \varphi_{01}(z) H_0^{(-)}(\zeta_{01}r); \\ \varphi_{01}(z) &= \left(\frac{sh\alpha_{01}z}{sh\alpha_{01}h}\right)^2 z \in (0,h); \\ p_{12}e^{-\alpha_{L1}(z-h)} z &= h; \\ \\ g_{01}(z) &= \left(\frac{sh\alpha_{02}z}{sh\alpha_{02}z_0} H_0^{(1)}(\zeta_{02}r) \\ e^{-\alpha_{02}(z-z_0)} H_0^{(2)}(\zeta_{02}r) \\ p_{12}e^{-\alpha_{02}(h-z_0)} e^{-\alpha_{L2}(z-h)} H_0^{(2)}(\zeta_{02}r) \\ p_{12}e^{-\alpha_{02}(h-z_0)} e^{-\alpha_{L2}(z-h)} H_0^{(2)}(\zeta_{02}r) \\ z &> h \end{split} \right] z \in (0,z_0) \\ z &= (z_0,h); \\ z &= h \\ \\ E_{01} &= \left(\frac{sh(2\alpha_{01}h)}{2\alpha_{01}h} - 1\right) sh^{-2}\alpha_{01}h + \rho_{12} \frac{B_R}{\alpha_{L1}h}; \\ E_{02} &= -z_{01} \left(\frac{sh(2\alpha_{02}z_0)}{2\alpha_{02}z_0} - 1\right) sh^{-2}(\alpha_{02}z_0) + (z_0,z_0) + (z_0,z_$$

 z_0 – горизонт источника, $\phi(r, z)$, $p = i\omega\rho\phi$; $\overline{\upsilon} = -grad\phi$ – потенциал скорости, звуковое давление и вектор колебательной скорости, ξ_{01} , ξ_{02} – постоянные распространения для регулярной и обобщённой пограничных волн Рэлея—Шолте соответственно.

Отметим, что все дисперсионные характеристики пограничных волн и их энергетические характеристики находятся из точного решения граничной задачи, а само скалярное приближение касается только описания звукового поля в полупространстве через скалярное поле звукового давления. Численные расчёты звукового поля в волноводе и полупространстве на частотах, меньших первой критической, поясняются рис. 3-5. Рисунки поясняют структуру поля звукового давления в плоскости (r, z) в нормированных на толщину жидкого слоя координатах. В качестве расчётной величины на рисунках представлен нормированный квадрат звукового давления с исключённой цилиндрической расходимостью. Рис. 6-8 поясняют структуру поля горизонтальной и вертикальной компонент вектора интенсивности. В качестве расчётных величин на рисунках представлены соответствующие нормированные величины с исключённой цилиндрической расходимостью. Связь нормированных величин с размерными величинами даётся формулами (3):

$$\overline{p}^{2}(r,z) = \frac{p^{2}(r,z)}{p_{0}^{2}}r_{1}; p_{0} = \frac{2\pi}{h}\omega\rho_{1}; r_{1} = \frac{r}{h},$$

$$\overline{I}_{r}(r,z) = \frac{I_{r}(r,z)}{I_{0}}r_{1}; I_{0} = \frac{p_{0}^{2}}{\rho_{1}c_{1}}; I_{r} = Re pv_{r}^{*}, \quad (3)$$

$$\overline{I}_{z}(r,z) = \frac{I_{z}(r,z)}{I_{0}}r_{1}; I_{z} = Re pv_{z}^{*}.$$



Рис. 3. Поле звукового давления в волноводе и полупространстве, $k_{,}h$ = 0,5





Рис. 4. Поле звукового давления в волноводе и полупространстве, k,h = 1,0

Можно отметить, что уровень звукового давления растёт по мере приближения горизонта источника к границе раздела вода – морское дно, а период интерференции пары пограничных волн растёт с понижением частоты. Эти особенности полностью соответствуют модельному описанию дисперсионных характеристик пограничных волн и структуре функций поперечного сечения. На рис. 3–5 хорошо видны узловые точки, соответствующие интерференционным минимумам звукового давления, которые явля-



Рис. 5. Поле звукового давления в волноводе и полупространстве, $k_{\rm i}h$ = 2,0



Рис. 6. Поле горизонтальной и вертикальной компонент вектора интенсивности в волноводе и полупространстве, k,h = 0,5

ются центрами вихревых (замкнутых) потоков мощности [5].

Пространственная структура компонент вектора интенсивности, которая поясняется рис. 6–9, также имеет свои особенности, вытекающие из модельного описания. В модельном описании обобщённой волны Рэлея–Шолте горизонт источника является горизонтом трансформации сходящейся волны отдачи в расходящуюся волну и наоборот. По этой причине поле в области $z < z_0 (z_0 = 0,1, z_0 = 0,5)$ описывается суммарными пространственными частотами и имеет характер стоячей волны, в которой горизонтальный поток мощности минимизируется. Поле в области

Рис. 7. Поле горизонтальной и вертикальной компонент вектора интенсивности в волноводе и полупространстве, k₁h = 1,0

 $z < z_0$ описывается разностными пространственными частотами и имеет структуру интерферирующих бегущих волн. С увеличением глубины источника ($z_0 = 0.9$) направление распространения парциальных составляющих обобщённой волны Рэлея–Шолте изменяется на обратное. Генерация мелкомасштабных вихревых структур (MBC) на горизонте источника в поле обобщённых волн рассмотрена ранее в рамках модельного эксперимента в работе [6]. Экспериментальное подтверждение формирования MBC на горизонте источника дано в работе [7].

Интерференционная структура поля горизонтальной компоненты вектора интенсивности аналогична



Рис. 8. Поле горизонтальной и вертикальной компонент вектора интенсивности в волноводе и полупространстве, k,h = 2,0

интерференционной структуре поля квадрата звукового давления (скалярной интенсивности), но имеет свои особенности, связанные с формированием седловых точек. Интерференционная структура поля вертикальной компоненты вектора интенсивности иная и характеризуется вдвое меньшим периодом интерференции. На рис. 6–9 можно также проследить формирование в окрестности границы раздела вода – морское дно седловых точек, для которых вектор интенсивности равен нулю [8–9]. Эти точки формируются на том же расстоянии, что и узловые точки, но смещены от них по вертикальной координате ближе к границе раздела. После нормировки компонент вектора интенсивности



Рис. 9. Поле горизонтальной и вертикальной компонент вектора интенсивности в волноводе и полупространстве, k,h = 3,5

k, h=3,5 zo1=0,9

Ļ

и исключения цилиндрической расходимости по формулам (3) изолинии равной интенсивности приобретают свойства изолиний равной мощности или лучей, на которых и лежат искомые седловые точки. В седловых точках берут начало замкнутые вихревые структуры, охватывающие узловые точки, соответствующие интерференционным минимумам звукового давления. Узловые и седловые точки образуют, по терминологии работы [8], периодическую систему дислокаций фазового фронта, в которой нарушается и делается неопределённой фазовая структура звукового поля.

Важно отметить характерную особенность обобщённого решения. Для него строго выполняются локальные условия непрерывности по давлению (компонентам тензора напряжения) и нормальной компоненте вектора колебательной скорости на границе раздела. По этой причине обобщённые решения являются точными решениями граничной задачи. На горизонте трансформации (на горизонте источника) эти величины терпят разрыв, но сохраняются непрерывными интегральные величины, такие как сила и объёмная колебательная скорость, усреднённые по максимальному периоду интерференции, который определяется разностными пространственными частотами пары интерферирующих пограничных волн Рэлея-Шолте. Выполненные численные оценки пространственно-частотной структуры звукового поля полностью подтверждают эти положения, лежащие в основе несамосопряжённой модельной постановки рассмотренной граничной задачи.

Другая важная особенность обобщенного решения заключается в активации комплексного углового спектра источника, который не принимает участия в формировании энергетики звукового поля классического решения, построенного в самосопряжённой модельной постановке. Рис. 10 поясняет коэффициент передачи по мощности для обобщённой фундаментальной моды, сформированной пограничными волнами Рэлея–Шолте, и его зависимость от горизонта источника и частотного параметра k₁h. Можно отметить, что участие пограничных обобщённых волн в формировании суммарного звукового поля существенно увеличивает суммарную излучаемую мощность, что особенно важно в случае низких частот и мелкого моря.

выводы

Выполнено модельное описание пространственно-частотной структуры звукового поля и интерференционных структур, формируемых пограничными волнами Рэлея–Шолте в инфразвуковом диапазоне частот в несамосопряжённой модельной постановке. Несамосопряжённая модельная постановка граничных задач, как более общая в сравнении с самосопряжённой модельной постановкой, обеспечивает полноту описания всех типов нормальных волн, включая обобщённые (гибридные) волны, в рассматриваемой волноводной системе, их взаимосвязь и взаимную трансформацию, а также генерацию мелкомасштабных вихревых структур (MBC) на горизонте трансформации.

Из всех нормальных волн, которые возбуждаются в мелком море со скальным грунтом движущимся подводным источником, доминирующую роль в суммарном звуковом поле играют именно пограничные волны Релея–Шолте, возбуждаемые дискретными составляющими ВЛЗР. Для интерференционных структур, сформированных пограничными волнами Релея–Шолте, регулярной и обобщённой, в инфразвуковом диапазоне частот, инвариант принимает отрицательное значение. Присутствие на сонограмме изолиний равной интенсивности, соответствующих отрицательному значению инварианта, свидетельствует с большой вероятностью о присутствии в шумовом поле движущегося подводного объекта.



Рис. 10. Коэффициент передачи по мощности для обобщённой фундаментальной моды, сформированной пограничными волнами Рэлея–Шолте: *a* – k,h = 0.5; *б* – k,h = 1.0; *в* – k,h = 2.0; *г* – k,h = 3,5

ЛИТЕРАТУРА

1. Касаткин Б.А., Злобина Н.В. Корректная постановка граничных задач в акустике слоистых сред. М: Наука, 2009. 406 с.

2 Касаткин Б.А., Касаткин С.Б. Особенности описания и генерации пограничных волн Рэлея-Шолте в акустике слоистых сред // Гидроакустика. 2018. Вып. 32 (1). С. 18–30.

3. Касаткин Б.А., Касаткин С.Б. Особенности распространения и интерференции нормальных волн в волноводной системе водный слой – морское дно с низкой сдвиговой упругостью // Подводные исследования и робототехника. 2018. № 1(25). С. 46–58.

 Чупров С.Д. Интерференционная структура звукового поля в слоистом океане. Акустика океана. Современное состояние. М: Наука, 1982. С. 71–91.
 Щуров В.А., Ляшков А.С., Щег-

5. Щуров В.А., Ляшков А.С., Щеглов С.Г., Ткаченко Е.С., Иванова Г.Ф., Черкасов А.В. Локальная структура интерференционного поля мелкого моря // Подводные исследования и робототехника. 2014. № 1 (17). С. 58–67.

 Касаткин Б.А., Злобина Н.В., Касаткин С.Б., Злобин Д.В., Косарев Г.В. Вихревой осциллятор в волноводе Пекериса // Подводные исследования и робототехника. 2016. № 1 (21). С. 46–55.

7. Касаткин Б.А., Злобина Н.В., Касаткин С.Б., Злобин Д.В., Косарев Г.В. Оценка помехоустойчивости комбинированного приёмника в звуковом поле мелкого моря // Подводные исследования и робототехника. 2017. № 2 (24). С. 41–51.

 Журавлёв В.А., Кобозев И.К., Кравцов Ю.А. Потоки энергии в окрестности дислокаций фазового фронта // Журнал экспериментальной и теоретической физики.
 1993. Т. 104, вып. 5 (11). С. 3769–3783.

9. Жуков А.Н., Иванников А.Н., Кравченко Д.И., Павлов В.И. Особенности тонкой энергетической структуры звукового поля // Акуст. журн. 1989. Т. 35, вып. 4. С. 634–638.

