

УДК 534.2:534.873:681.88

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ ОДИНОЧНЫМ ВЕКТОРНО-СКАЛЯРНЫМ МОДУЛЕМ

**И.А. Селезнев¹, Г.М. Глебова^{1,2}, Г.А. Жбанков^{1,2},
А.М. Мальцев¹, А.М. Харахашьян²**

АО Концерн «Океанприбор»¹
НИИ физики Южного федерального университета²

Исследуются характеристики обнаружения сигналов при использовании одиночного векторно-скалярного модуля. Алгоритм обработки, обеспечивающий обнаружение полезного сигнала на фоне шумов моря, строится на основе метода максимального правдоподобия. Статистические характеристики векторно-скалярных компонент шумового поля, полученные с использованием компьютерного моделирования, сравниваются с экспериментальными данными. Получено экспериментальное подтверждение тому, что плотность распределения потока мощности соответствует распределению Лапласа. Для сравнения помехоустойчивости алгоритмов обнаружения, работающих с различными компонентами векторно-скалярного акустического поля, используется критерий Неймана–Пирсона. Показано, что на базе векторно-скалярного приемника, измеряющего поток мощности, вероятность обнаружения сигналов существенно выше, чем при использовании только скалярного приемника. Высокая вероятность обнаружения достигается при использовании потоковой компоненты при гораздо меньшем времени наблюдения или меньших отношениях сигнал/помеха.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из перспективных и актуальных задач в современной гидроакустике является построение алгоритмов обработки сигналов для векторно-скалярных приемных систем. Однако имеющиеся в литературе сравнительные оценки помехоустойчивости скалярных и векторно-скалярных приемных систем достаточно противоречивы. Данное противоречие наибольшим образом проявляется при сравнительном анализе характеристик обнаружителей, работающих по скалярной компоненте акустического поля и по потоку мощности [1–3]. Экспериментальное и теоретическое сравнение по критерию отношение сигнал/помеха на выходе приемной системы представлено в работах [1, 4]. Известно, что такой подход может привести к ошибкам, так как для выходных процессов, имеющих различные распределения вероятностей, даже при равных отношениях сигнал/по-

меха на выходе приемной системы, вероятностные характеристики обнаружения (вероятность правильного обнаружения и ложной тревоги) могут быть различны [5]. Именно такое различие наблюдается для различных компонент акустического поля. В таких случаях корректно выполнять оценку характеристик обнаружения по критерию Неймана–Пирсона [5].

Целью настоящей работы является анализ вероятностных характеристик для потока мощности, полученных теоретически и экспериментально, и построение обнаружителя на основе метода максимального правдоподобия для одиночного векторно-скалярного модуля.

Модель измерений и ее экспериментальная проверка

Сравнение характеристик обнаружения при измерении скалярной компоненты поля и измерении потока мощности выполняется

с использованием компьютерного моделирования. Рассмотрим одиночный векторно-скалярный приемный модуль, состоящий из приемника давления и трех ортогональных векторных приемных элементов, два из которых ориентированы горизонтально. Допустим, что полезный сигнал от локального источника принимается на фоне шумов моря, а направление прихода сигнала от локального источника совпадает с осью векторного приемника. В гидроакустике широкополосные сигналы от локальных источников и помеха представляют собой квазистационарные случайные процессы, распределенные по нормальному закону [6]. Для давления это общепринятое предположение. Для векторной компоненты, которая пропорциональна градиенту давления, это предположение

¹ 197376, Санкт-Петербург, Чкаловский пр., д. 46. E-mail: seleznev_i_a@mail.ru

² 344090, Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 194. Тел.: 8(904) 345-00-50. E-mail: glbgalina@yandex.ru

также правомерно, так как градиент от нормально распределенной величины также имеет нормальное распределение. Нормальное распределение в одномерном случае задается плотностью вероятности, имеющей следующий вид:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\alpha)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (1)$$

Она характеризуется средним значением и дисперсией (α и σ^2 соответственно), x – величина, измеряемая приемником давления (p) или векторным приемником (v).

При выполнении расчетов положим, что для шумов моря давление характеризуется нулевым средним и среднеквадратическим отклонением, равным единице. Для пространственно изотропного шума соотношение между мощностью шума на векторном приемнике и приемнике давления определяется как

$$V^2 = P^2 / m. \quad (2)$$

Значение коэффициента m зависит от типа волновода, в котором происходят измерения. Так, для глубокого моря $m \approx 4$, а для мелкого $m \approx 2$ [7].

При выполнении расчетов учтем, что измерение потока мощности выполняется с использованием приемника давления p и векторного приемника v : $w = p \cdot v$. Известно, что для изотропного шума скалярная и векторная компоненты статистически не зависимы [8], вследствие чего поток мощности w имеет распределение Лапласа [9], плотность вероятности которого задается выражением

$$\varphi(x) = \frac{\lambda}{2} \exp(-\lambda|x-\alpha|) \quad (3)$$

с параметрами λ и α . Математическое ожидание и медиана распределения Лапласа равны α , а дисперсия равна $2/\lambda^2$.

При обнаружении полезного сигнала на фоне помех с исполь-

зованием скалярной компоненты поля решающая функция пропорциональна мощности давления. Как известно, плотность вероятности мощности давления при осреднении по k измерениям подчиняется распределению χ^2 с k степенями свободы. Плотность вероятности мощности давления при единичном осреднении ($k=1$) равна

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi x}} \exp(-x/2). \quad (4)$$

Для верификации процедуры моделирования измеряемых величин было выполнено сравнение теоретических, моделируемых и экспериментально измеренных таких величин, как мощность давления и поток мощности, т.е. тех величин, которые формируются на выходе обнаружителя, работающего по скалярной или потоковой компоненте акустического поля.

Ниже, на рис. 1, приведены гистограммы плотности вероятности мощности давления и потока мощности, полученные с использованием компьютерного моделирования, и соответствующие им теоретически рассчитанные плотности вероятности распределения Гаусса и распределения Лапласа. Плотность вероятности, соответствующая нормальному распределению сигналов, приведена для того, чтобы проиллюстрировать тот факт, что выходной сигнал обнаружителей и по скалярной компоненте, и по потоковой компо-

ненте поля существенно отличается от нормального.

На рис. 2 представлены аналогичные гистограммы для мощности давления (рис. 2, а) и потока мощности при приеме шума, полученные по экспериментальным данным. Представлены гистограммы для мощности давления (рис. 2, а), для вертикально ориентированной компоненты (рис. 2, б) и двух горизонтально ориентированных компонент потоковой компоненты (рис. 2, в, г). В табл. 1 представлены средние значения и среднеквадратические отклонения для плотностей вероятностей, полученных по экспериментальным данным. Экспериментальные данные получены при постановке 4-компонентного векторно-скалярного модуля на глубине 15 м в мелком море глубиной 33 м. Данные, представленные ниже, соответствуют узкополосной фильтрации сигналов, выполненной с использованием Фурье-преобразования на частоте 180 Гц. При расчете теоретических плотностей вероятности параметры распределения (среднее значение и дисперсия) задавались в соответствии с данными, полученными экспериментально (табл. 1). Для сравнения на рис. 2 приведена также теоретически рассчитанная плотность вероятности для нормального распределения.

Из приведенных данных видно, что средние значения для по-

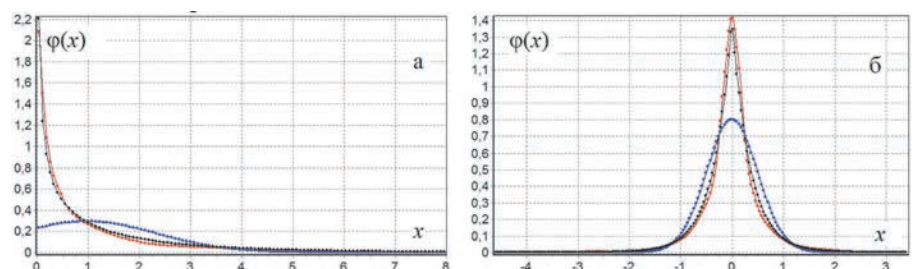


Рис. 1. Плотность вероятности мощности давления (а) и плотность потока мощности (б), рассчитанные с использованием компьютерного моделирования (красные кривые) и теоретически рассчитанная плотность вероятности для нормального распределения (синие кривые); черными кривыми изображены распределение χ^2 (а) и распределения Лапласа (б)

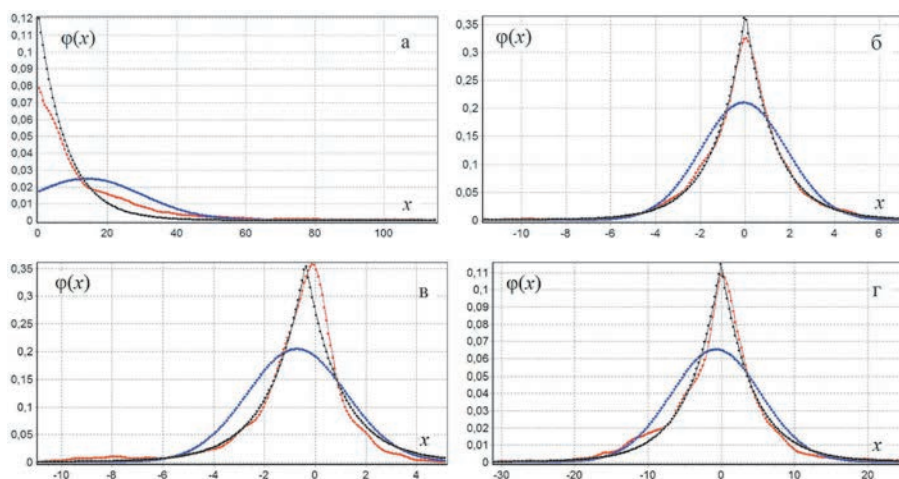


Рис. 2. Гистограммы мощности давления (а), потока мощности для вертикально ориентированной компоненты (б) и для горизонтально ориентированных компонент (в, г), рассчитанные по экспериментальным данным (красные кривые), и теоретически рассчитанные плотности вероятности нормального распределения (синие кривые); черными кривыми изображены распределение χ^2 (а) и распределения Лапласа (б, в, г)

Таблица 1. Параметры плотности вероятности, рассчитанные по экспериментальным данным

Показатель	p^2	w_x	w_y	w_z
Среднее значение	14,11	-0,37	-0,04	-0,006
Среднеквадратическое отклонение	16,21	1,98	6,16	1,90

тока мощности, принимаемые по горизонтальным ортогональным направлениям, различны. Это различие может быть связано с анизотропией шумов моря, но даже при этом среднее значение потока мощности намного меньше, чем мощность шума, принимаемая скалярным приемником. Соотношение потока мощности шума по вертикальной и горизонтальным компонентам соответствует результатам, приведенным в работе [7] для мелкого моря.

Анализ данных, представленных на рис. 1, 2 и в табл. 1, позволяет сделать следующие выводы. Во-первых, получено подтверждение того, что статистические характеристики потока мощности, рассчитанные по экспериментальным данным, для всех ортогональных компонент (рис. 2, б, в, г) подчиняются распределению Лапласа. Во-вторых, среднеквадратическое отклонение

шумовой составляющей для потоковой компоненты существенно ниже, чем для скалярной компоненты. Учитывая то, что и среднее значение потока мощности шума также гораздо меньше, чем мощность шума, принимаемая скалярным датчиком, можно ожидать, что обнаружение сигнала от локального источника по потоковой компоненте будет гораздо эффективнее, чем по скалярной компоненте поля. В-третьих, плотность распределения, полученная с использованием компьютерного моделирования и измеренная экспериментально как для мощности давления, так и для потока мощности, совпадает. Это позволяет уверенно использовать компьютерное моделирование для различных алгоритмов обнаружения и сравнивать характеристики обнаружителей, использующих различные компоненты поля, с большой достоверностью.

Алгоритм обнаружения сигнала на фоне помех

В пассивной гидролокации задача обнаружения является вероятностной и, в связи со случайным характером полезных сигналов и помехи, а также отсутствием априорной вероятности наличия или отсутствия полезного сигнала, относится к задачам третьего уровня сложности [5]. При обнаружении источника сигналов на фоне шумов решается бинарная задача, связанная с принятием решения о приеме только шума (гипотеза H_0) или о приеме смеси полезного сигнала и шума (гипотеза H_1).

В теории статистических решений показано, что при обнаружении сигнала на фоне шума оптимальное решающее правило основано на сравнении отношения правдоподобия с некоторым порогом. Для выбора порога при отсутствии априорных вероятностей наличия и отсутствия полезного сигнала используется критерий Неймана–Пирсона. Эффективность процедуры обнаружения при использовании критерия Неймана–Пирсона характеризуется вероятностью правильного обнаружения при фиксированной вероятности ложных тревог. Кроме того, критерий Неймана–Пирсона рекомендуется использовать при сравнении характеристик обнаружения устройств, на вход которых подаются сигналы, имеющие различную плотность вероятности распределения. Именно такая ситуация наблюдается в гидроакустике при обнаружении сигнала по скалярной или потоковой компоненте акустического поля.

Результаты наблюдений при измерении скалярной компоненты представляют выборку из N величин: $p_1, p_2, p_3, \dots, p_N$, распределенных по нормальному закону.

По обеим гипотезам H_0 и H_1 измеряемые величины p_i – незави-

симые, одинаково распределенные нормальные случайные величины с нулевыми средними. По гипотезе H_0 каждая из величин имеет дисперсию σ_0^2 , а по гипотезе H_1 – дисперсию σ_1^2 . Поскольку измеряемые величины p_i независимы, то совместная плотность вероятности равна произведению отдельных плотностей:

$$\varphi(p/H_0) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{p_i^2}{2\sigma_0^2}\right), \quad (5)$$

$$\varphi(p/H_1) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{p_i^2}{2\sigma_1^2}\right). \quad (6)$$

Известно, что достаточная статистика, реализующая оптимальное обнаружение полезного сигнала, принимаемого на фоне шумов, есть среднее значение суммы квадратов наблюдаемой величины [5]:

$$\hat{y}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i^2. \quad (7)$$

Найденное значение $\hat{y}_0$ по выборке размером N (начальный момент первого порядка) сравнивается с выбранным порогом γ , определяемым критерием Неймана–Пирсона.

Результаты наблюдений при измерении потоковой компоненты акустического поля представляют выборку из N величин: $w_1, w_2, w_3, \dots, w_N$. По обеим гипотезам H_0 и H_1 измеряемые величины w_i – независимые, одинаково распределенные случайные величины. По гипотезе H_0 каждая из величин имеет распределение Лапласа. При приеме смеси сигнала и шума (гипотеза H_1) плотности распределения сигнала и шума различны. Но поскольку нас интересует ситуация, когда мощность сигнала намного меньше, чем мощность шума, то предположим, что распределение Лапласа превалирует. Поскольку измеряемые величины w_i независимы, то совместная плотность

вероятности равна произведению отдельных плотностей:

$$\varphi(w/H_0) = \prod_{i=1}^N \frac{\lambda_0}{2} \exp(-\lambda_0 |w_i - \alpha_0|), \quad (8)$$

$$\varphi(w/H_1) = \prod_{i=1}^N \frac{\lambda_1}{2} \exp(-\lambda_1 |w_i - \alpha_1|) \quad (9)$$

с параметрами λ и α . Математическое ожидание и медиана распределения Лапласа равны α , а дисперсия равна $2/\lambda^2$.

Обнаружение сигнала на фоне шумов по потоковой компоненте, как правило, строится по аналогии с обнаружителем по скалярной компоненте и определяется как среднее значение сигнала на выходе обнаружителя:

$$\hat{y}_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i. \quad (10)$$

Для некоторых распределений, например нормального или экспоненциального, оценки начального момента первого порядка и центрального момента второго порядка совпадают с эффективной оценкой математического ожидания и дисперсии по методу максимального правдоподобия. Однако имеются многочисленные задачи, в которых метод моментов дает менее точные оценки параметров распределения, чем метод максимального правдоподобия (ММП). К таким распределениям относится и распределение Лапласа. Оценки параметров ММП находятся путем поиска максимума функции правдоподобия, которая для распределения Лапласа имеет вид:

$$L(y, \lambda, \mathbf{W}) = \sum_{i=1}^N \ln(\lambda/2) - \lambda \sum_{i=1}^N |w_i - y|. \quad (11)$$

ММП-оценкой математического ожидания случайной величины, распределенной по Лапласу, является выборочная медиана

$$\hat{y}_2 = w_{med}, \quad (12)$$

а ММП-оценка параметра λ , однозначно связанного с дисперсией,

определяется из соотношения

$$\hat{\lambda} = N \left(\sum_{i=1}^N |w_i - \hat{y}| \right)^{-1}. \quad (13)$$

Исходя из этого с использованием компьютерного моделирования рассчитаем статистические характеристики выходного сигнала обнаружителя для случайных величин (скалярной и потоковой компоненты) $\mathbf{P}^T = (p_1, p_2, \dots, p_N)$ и $\mathbf{W}^T = (w_1, w_2, \dots, w_N)$ в зависимости от объема выборки. Причем для скалярной компоненты среднее значение и среднеквадратическое отклонение сигнала на выходе обнаружителя можно рассчитывать, как это обычно делается, методом моментов (7), что совпадает с обнаружением по ММП. А для потока мощности рассмотрим два варианта. В первом случае алгоритм обнаружения, не учитывающий плотность распределения измеряемой величины, реализуется в соответствии с выражением (10), т.е. методом моментов. А во втором случае, в соответствии с вышеизложенной теорией для распределения Лапласа, алгоритм обнаружения соответствует методу максимального правдоподобия, для которого оценка среднего значения выборки равна медиане (12).

Результаты расчетов – моделирование

При проведении расчетов предполагается, что направление прихода сигнала от локального источника совпадает с осью векторного приемника, расположенного горизонтально. Отношение сигнал/помеха на входе скалярного приемного элемента (по мощности) равно 0,1. В соответствии со статистическими характеристиками сигналов на входе векторно-скалярного модуля (p и v) выполнялось моделирование выходного сигнала обнаружителей: $\hat{y}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i^2$, $\hat{y}_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i$

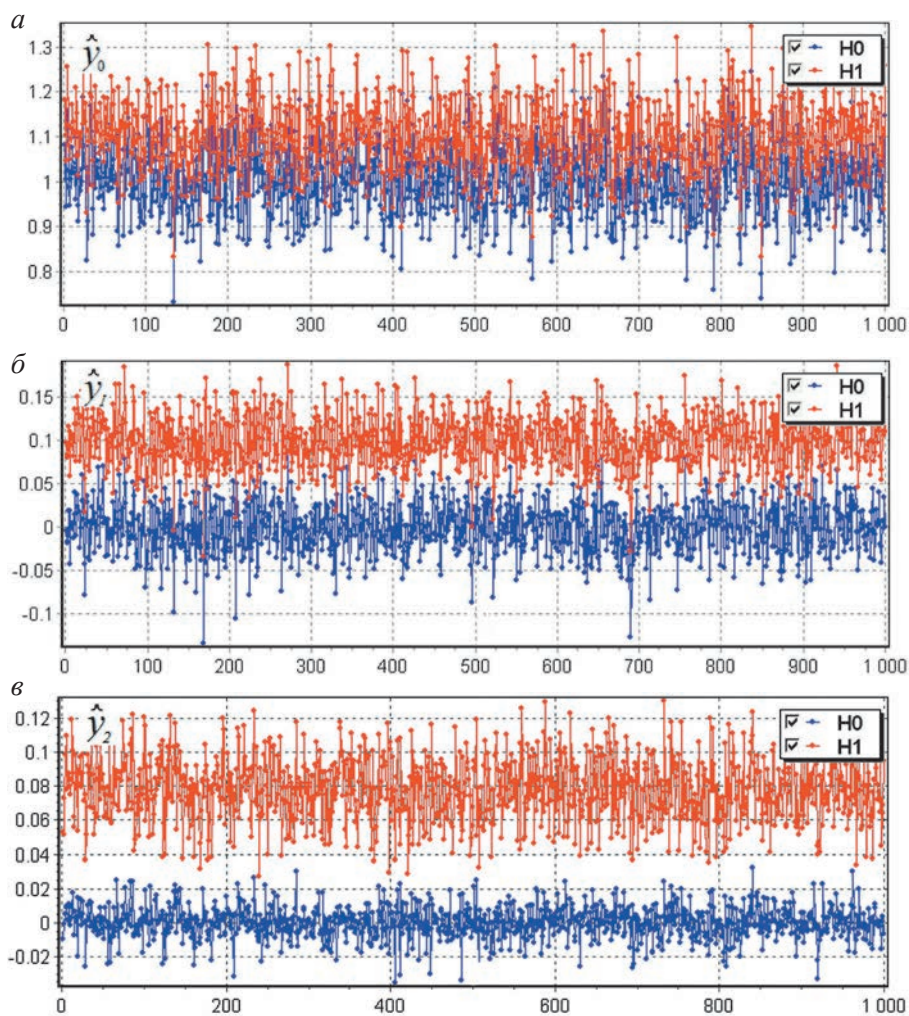


Рис. 3. Выходные процессы (1000 реализаций) для двух гипотез H_0 (синие кривые) и H_1 (красные кривые) при обнаружении сигнала по скалярной компоненте (а) и по потоковой компоненте методом моментов (б) и методом максимального правдоподобия (в). Объем выборки $N = 400$

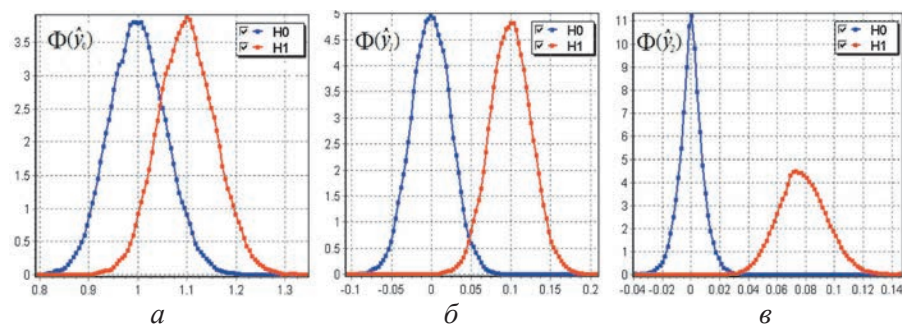


Рис. 4. Гистограммы, аппроксимирующие плотность вероятности сигнала при обнаружении сигнала по скалярной компоненте (а) и по потоковой компоненте методом моментов (б) и методом максимального правдоподобия (в). Объем выборки $N = 400$

Таблица 2. Вероятность правильного обнаружения (в %) при различных объемах выборки N

N	100	400	1000
$\hat{y}_0$	0,6	10,2	24,7
$\hat{y}_1$	9,4	79,5	99,7
$\hat{y}_2$	43,0	99,8	100,0

и $\hat{y}_2 = w_{med}$ для различных объемов выборки N . В реальных измерениях N равно $\Delta f \cdot \Delta T$, где Δf – полоса пропускания частотного фильтра, а ΔT – время наблюдения. Для построения гистограммы, аппроксимирующей плотность вероятности выходных процессов, расчет повторялся 10000 раз для двух гипотез: когда на входе присутствует только шум (гипотеза H_0) и когда принимается смесь сигнала от локального источника и шума (гипотеза H_1). Полученные гистограммы (Φ), аппроксимирующие плотность вероятностей при приеме шума и при приеме сигнала на фоне шума, позволили рассчитать вероятность ложной тревоги и вероятность правильного обнаружения.

Выходные процессы, представленные на рис. 3, наглядно иллюстрируют тот факт, что при работе по потоку мощности, особенно в соответствии с методом максимального правдоподобия (рис. 3, в), обнаружение должно осуществляться более эффективно, так как вариации сигнала на выходе обнаружителя для двух различных гипотез «расходятся» и не имеют общей области значений. На рис. 4 приведены гистограммы, соответствующие двум гипотезам при измерении только скалярной компоненты поля (рис. 4, а) и при измерении потока мощности (рис. 4, б, в). Гистограммы при приеме только шума представлены кривыми синего цвета, а при приеме смеси сигнала и шума – красного цвета.

Гистограммы выходных процессов, представленные на рис. 4, наглядно демонстрируют, что при работе по потоку мощности, особенно для алгоритма, основанного на методе максимального правдоподобия (рис. 4, в), обнаружение должно осуществляться более эффективно.

Согласно критерию Неймана–Пирсона выбирается такое правило

обнаружения, которое обеспечивает минимальную величину пропуска цели (максимальную вероятность правильного обнаружения) при условии, что вероятность ложной тревоги не превышает заданной величины. В табл. 2 приведены вероятности правильного обнаружения, рассчитанные при различных значениях объема выборки N , для вероятности ложной тревоги, равной 0,1%.

Анализ приведенных результатов показывает, что при заданной вероятности ложной тревоги вероятность обнаружения сигнала от локального источника существенно выше при измерении потока мощности. При числе осреднений по времени или частотам $N > 400$ использование потока мощности позволяет обнаружить сигнал от локального источника с достаточно большой вероятностью. В то время как работа обнаружителя по скалярной компоненте остается неудовлетворительной даже при $N > 1000$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Щуров В.А., Щуров Ф.В. Помехоустойчивость гидроакустического комбинированного приемника // Акуст. журн. 2002. Т. 48, № 1. С. 110–119.
2. Смаришев М.Д. О помехоустойчивости гидроакустического комбинированного приемника // Акуст. журн. 2005. Т. 51, № 4. С. 558–559.
3. Щуров В.М. Ответ автора на письмо М.Д. Смаришева // Акуст. журн. 2005. Т. 51, № 4. С. 560–561.
4. Гордиенко В.А., Гордиенко Е.Л., Краснописцев Н.В., Некрасов В.Н. Помехоустойчивость гидроакустических приемных систем, регистрирующих поток акустической мощности // Акуст. журн. 2008. Т. 54, № 5. С. 774–785.
5. Ван Трис. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т. 1. М.: Сов. радио, 1972. 741 с.
6. Урик Р.Д. Основы гидроакустики. Л.: Судостроение, 1978. 445 с.
7. Глебова Г.М., Кузнецов Г.Н., Шимко О.Е. Векторно-скалярные шумовые поля, образованные взволнованной поверхностью моря // Акуст. журн. 2013. Т. 59, № 4. С. 508–519.
8. Захаров Л.Н., Киршов В.А., Рожин Ф.В. Пространственно-корреляционные функции компонент колебательной скорости для двух моделей звукового поля // Акуст. журн. 1972. Т. 18, № 1. С. 49–52.
9. Воробьев С.Д., Сизов В.И. Векторно-фазовая структура и векторно-фазовый метод описания и анализа случайных акустических полей // Акуст. журн. 1992. Т. 38, № 4. С. 654–660.