

УДК 551.46.077:629.584

УСТОЙЧИВОСТЬ КОНФИГУРАЦИЙ ГРУППОВОГО ДВИЖЕНИЯ АВТОНОМНЫХ ПОДВОДНЫХ РОБОТОВ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Р.И. Козлов, Н.Н. Максимкин
Л.В. Киселев
С.А. Ульянов

Институт динамики систем и теории управления СО РАН¹
Институт проблем морских технологий ДВО РАН²
Институт проблем управления РАН³

Для задачи управления конфигурациями группировок автономных необитаемых подводных аппаратов (АНПА) предложена математическая формализация, включающая общую динамическую модель формаций движущихся объектов с децентрализованным управлением и определение понятия их устойчивости. Для анализа введенного свойства используются достаточные условия диссипативности многокомпонентных систем, основанные на построении вектор-функций Ляпунова. Для данной задачи кратко описан программный пакет и приведены результаты его применения к модели управления группой АНПА для двух конфигураций: цепочки с удержанием заданных относительных дистанций и группы, имеющей структуру дерева.

ВВЕДЕНИЕ

При выполнении групповых миссий АНПА одна из важных задач состоит в управлении конфигурацией группы (относительным расположением объектов в пространстве), перемещением группы по предписанным траекториям или при выборе оптимального маршрута следования, а также в поддержании конфигурации при маневрировании [1, 2]. Важной проблемой управления группами АНПА является обеспечение устойчивости конфигураций при наличии навигационных и динамических ошибок и ограничений на ресурсы управления [3-7].

Одним из возможных способов обеспечения устойчивости конфигурации группового движения является управление по принципу «лидер-ведомый», когда все объекты связаны попарно этим отношением. Ведомые управляют своим движе-

нием на основе измерения (или другой доступной информации) параметров собственного движения, а также движения своего лидера (лидеров). Задача состоит в обеспечении (с определенной точностью) заданных навигационных и динамических параметров, определяющих желаемую конфигурацию группировки. Один из объектов не является ведомым ни в одной паре, так что он есть лидер всей формации и задает ее движение в целом. Его маневры, ограниченные некоторыми пределами, являются причиной непрерывного нарушения желаемой конфигурации, которое отрабатывают ведомые. Необходимо также устранить или уменьшить начальные отклонения от желаемой конфигурации аппаратов за ограниченный промежуток времени.

Большинство известных постановок задач «устойчивости» формаций ориентированы в основном на линейные модели

(см., например, [3-6]) и предполагают, что для каждого объекта полностью доступны измерению все переменные его собственного движения и, что особенно существенно, все параметры движения относительно лидеров.

В настоящей работе рассматривается задача стабилизации конфигураций движущихся АНПА, в которой кроме начальных возмущений и возмущений, обусловленных маневрами лидера, учитываются также погрешности и неполнота измерений. Дается математическая формализация желаемого поведения группировки аппаратов, включающая обобщенную динамическую модель с децен-

¹ 664033, Иркутск, ул. Лермонтова, 134, тел.: (3452)427100, e-mail: mnn@icc.ru

² 690091, Владивосток, ул. Суханова, 5а, тел.: (4232)432674, e-mail: kiselev@marine.febras.ru

³ 117997, Москва, ул. Профсоюзная, 65, тел.: (495)3348910, e-mail: noodles777@gmail.com

трализованным управлением и определение устойчивости с учетом введенных предположений.

■ ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ФОРМАЦИЙ

Предположим, что отношения «лидер-ведомый» являются односторонними. т.е. граф отношений «лидер-ведомый» не содержит замкнутых контуров. В этом случае можно дать следующую математическую формализацию желаемого поведения группировки.

Пусть $X_i - n_i$ - мерные пространства состояний x_i объектов, $i = 0, N$ (индекс «0» соответствует лидеру группировки). Рассмотрим систему:

$$\begin{aligned} \dot{x}_0 &= f_0(t, x_0, u_0(t, x_0)), \\ u_0(\cdot) &\in U_0, \\ \dot{x}_i &= f_i(t, x_i, s_{j_i}, u_i(t, z_i, r_i(s_i, s_{j_i}), p_{ui}), p_i(t, x)), \quad i = \overline{1, N}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $x \equiv \text{col}_{i=0, N} x_i$ - полный вектор состояния системы ($x \in X = \prod_{i=0}^N X_i$); $s_{j_i} \equiv \text{col}_{j \in J_i} s_j$, J_i - множество номеров объектов, являющихся лидерами для i -го объекта, $s_i = s_i(x_i)$ - совокупность переменных i -го объекта, характеризующих параметры его собственного движения (координаты и углы, задающие пространственное положение, линейные и угловые скорости и др.); $z_i = z_i(x_i)$ - вектор измерения состояния (выхода) i -го объекта; $r_i(s_i, s_{j_i})$ - совокупность измеряемых переменных, определяющих взаимное относительное движение (положение, скорость и др.) i -го объекта как ведомого и его лидеров; u_i - управление, формируемое i -м объектом; U_0 - множество управлений лидера формации, задающее его допустимые ма-

невры; $p_i(t, x) \in P_i$ - неопределенности i -го объекта и воздействия среды, постоянно действующие на него внешние и иные возмущения; P_i - множество, определяющее допустимые уровни этих неопределенностей и возмущений; $p_{ui} = p_{ui}(t, z_i, r_i(s_i, s_{j_i})) \in P_{ui}$ - погрешности, нестабильность, неопределенности измерителей, исполнительных органов и других элементов системы управления i -го объекта; P_{ui} - множества, задающие допустимые значения этих неопределенностей и внутренних возмущений i -й управляющей системы.

При наших предположениях о структуре группировки после подходящей нумерации объектов будет $J_i \subseteq \{0, i-1\}$ (в частности, $J_i = \{j_i\}$ - singl, $j_i \in \{0, i-1\}$, если объект как ведомый имеет лишь одного лидера; в случае, когда все J_i одноэлементны, граф отношений «лидер-ведомый» имеет структуру дерева.

Предположим, что требуемая конфигурация группировки определяется с помощью вектор-функций $q_i(s_i, s_{j_i})$ в виде

$$q_i(s_i, s_{j_i}) = q_i^*(s_i, s_{j_i}), \quad i = \overline{1, N}, \quad (2)$$

где q_i^* заданы. Тогда в качестве оценочной функции финальных состояний, «измеряющей» точность выхода формации на желаемую конфигурацию по истечении времени переходных процессов, можно принять

$$\begin{aligned} \rho_f(x) &= \text{col}_{i=1, N} \rho_{if}(x_i) \in R^{d_f}, \\ \rho_{if}(x_i) &= |(q_i(s_i(x_i), s_{j_i}(x)) - q_i^*(s_i(x_i), s_{j_i}(x)))|, \end{aligned} \quad (3)$$

где под модулем вектора понимается вектор, составленный из его компонент.

Чтобы описать начальные отклонения группировки, будем считать, что имеется некоторое заданное множество начальных

конфигураций, заведомо отвечающих требованиям (2), и отклонения от него вместе с отклонениями внутренних переменных состояния объектов от их номинальных значений характеризуется вектор-функцией $\gamma(x^0, s) \in R^{d_0}$, где x^0 - начальное состояние системы, $s \equiv \text{col}_{i=1, N} s_i$. Тогда, очевидно, можно взять

$$\rho_0(x^0) = |\gamma(x^0, s(x^0))|.$$

Заметим при этом, что множество X^0 возможных начальных состояний может не совпадать с X , например, из-за наличия некоторых априорных связей между переменными и (или) фиксированных «стандартных» начальных значений некоторых переменных.

Полагая, наконец, $P = U_0 \times \prod_{i=1}^N (P_i \times P_{ui})$ и задавая подходящую оценочную вектор-функцию текущих состояний $\rho(x) \in R^d$ для описания допустимой области функционирования системы (возможно, каких-то фазовых ограничений), в итоге получаем формализацию задачи устойчивости группировки в виде динамического свойства (ρ_0, ρ, ρ_f) -диссипативности (\mathcal{D}), которое определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{D} &\equiv \exists \varepsilon \in \overline{R_+^{d_f}} \exists \delta \in \overline{R_+^{d_0}} \exists \Delta \in \overline{R_+^d} \\ &\forall t_0 \in T \quad \forall x_0 \in X^0: \rho_0(x_0) \leq \delta \quad \forall p \in P \\ &[\forall t \in T_{t_0} \quad \rho(x(t, t_0, x_0, p)) \leq \Delta \ \& \\ &\ \& \lim_{t \rightarrow \infty} \rho_f(x(t, t_0, x_0, p)) \leq \varepsilon], \end{aligned}$$

т.е. существует строго положительный вектор δ такой, что если начальные отклонения формации по функции ρ_0 не превосходят δ , то во все время движения текущие фазовые состояния по функции ρ не превосходят координат вектора Δ и с течением времени по функции ρ_f стремятся в «трубку точности», определяемую вектором ε .

Здесь обозначено $R_+^k \equiv \{y \in R^k : y > 0\}$, $R_+ \equiv \{y \in R^k : y \geq 0\}$, где R^k упорядочено по координатным отношением частичного порядка (индекс k означает произвольную размерность, в частности, d , d_f и др.); $T \equiv [0, +\infty)$, $T_0 \equiv [t_0, +\infty)$.

Задавая некоторые дополнительные ограничения на основные параметры ε , δ , Δ , характеризующие диссипативность, можно получить другие варианты свойства. Так, при дополнительном условии $\delta \geq \bar{\delta}$ в области действия квантора $\exists \delta$, где $\bar{\delta}$ – заданный вектор в $R_+^{d_0}$, получится диссипативность с требуемой оценкой области диссипативности – множества начальных состояний x_0 , для которых выполняется требуемое предельное поведение решений. Если же дополнительное условие накладывает на квантор $\exists \varepsilon$ в виде $\varepsilon < \bar{\varepsilon}$, где $\bar{\varepsilon} = \text{col}_{j=1,d} \bar{\varepsilon}_j$, $\bar{\varepsilon}_j$ – заданные неотрицательные числа либо ∞ , символ $<$ означает $\varepsilon_j \leq \bar{\varepsilon}_j$ при $\bar{\varepsilon}_j < \infty$, $\varepsilon_j < \infty$ при $\bar{\varepsilon}_j = \infty$, получается свойство диссипативности с требуемой оценкой предельной области (точности).

На практике важно не только убедиться в наличии желаемого динамического свойства, но и иметь возможность вычислять количественные оценки динамических показателей, характеризующих это свойство. В данном случае это касается оценки точности стабилизации ε , области допустимых начальных состояний δ и максимальных нарушений конфигурации Δ . В качестве «инструмента» анализа диссипативности и синтеза стабилизирующих управлений, гарантирующих нужное качество системы, в многочисленных приложениях (в частности, в области космической техники) хорошо зарекомендовал себя метод, основанный на использовании векторных

функций Ляпунова (ВФЛ) [8-12]. С использованием результатов этих работ и результатов по качественной теории квази-монотонных дифференциальных уравнений [13] получен новый конструктивный критерий наличия свойства диссипативности \mathcal{D} для многокомпонентных систем с каскадной структурой связей подсистем. В отличие от ранее полученных результатов [14] полученный критерий является более удобным для практического использования. Во-первых, в нем упрощается выбор ВФЛ, т.к. локальные ВФЛ могут для каждой подсистемы строиться независимо, и, во-вторых, проверка исходных критериев также может осуществляться независимо для каждой подсистемы. Данный подход может быть использован и для нахождения количественных оценок показателей диссипативности, в том числе оценок точности.

Для широкого класса управляемых систем процедуры анализа свойства диссипативности реализованы в программном пакете ВФЛ-РЕДУКТОР [15]. Пакет распространяется на системы с типовыми и полиномиально или монотонно ограниченными нелинейностями и неопределенностями в описаниях объектов, исполнительных органов и измерителей постоянно действующими возмущениями. В настоящее время завершается разработка расширенной версии пакета в виде Toolbox'a для системы MATLAB. Отличительной особенностью этой версии пакета ВФЛ-РЕДУКТОР являются более широкие возможности по параметрическому синтезу управления с оптимальными оценками качества. Процедура синтеза реализована с использованием генетических алгоритмов на базе GA (Genetic algorithm) Toolbox.

■ СТАБИЛИЗАЦИЯ ГРУППИРОВКИ АНПА

Пример 1. Рассмотрим группу АНПА в виде плоской цепочки, организованной по принципу «лидер-ведомый». Каждый из аппаратов, кроме лидера всей цепочки, так управляет своим вектором скорости (тягой двигательной установки и рулями), чтобы поддержать дистанцию до предыдущего аппарата и направление движения на него, не принимая во внимание идущего следом за ним (линейный граф отношений «ведомый-лидер»). Лидер цепочки может совершать линейные и угловые маневры, ограниченные по скоростям и ускорениям некоторыми заданными пределами.

Обозначим X_i , Y_i – координаты центра масс O_i i -го объекта в неподвижной системе координат, V_i – абсолютная скорость центра масс i -го объекта, φ_i – угол между направлением вектора скорости и осью X (курс i -го объекта), ω_i – угловая скорость, δ_i – угол между вектором скорости и направлением на центр масс предыдущего объекта (пеленг), S_i – расстояние между центрами масс объекта и его лидера (дистанция) (рис. 1).

Несколько упрощенная математическая модель динамики группировки может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= v_i \cos \varphi_i, \\ \dot{y}_i &= v_i \sin \varphi_i, \\ \dot{\varphi}_i &= \omega_i, \\ \dot{s}_i &= v_{i-1} \cos(\varphi_{i-1} - \varphi_i + \delta_i) - v_i \cos \delta_i, \\ s_i \dot{\delta}_i &= s_i \omega_i + v_i \sin \delta_i - v_{i-1} \sin(\varphi_{i-1} - \varphi_i + \delta_i), \\ m_i \dot{v}_i &= u_i + r_i + p_i, \\ J_i \dot{\omega}_i &= u_i^\varphi + r_i^\varphi + p_i^\varphi; \quad i = \overline{1, N}, \end{aligned} \tag{4}$$

где m_i , J_i – масса и момент инерции i -го объекта, u_i , u_i^φ – линейное и угловое управления (тяга и момент); $r_i = r_i(v_i, \dots)$,

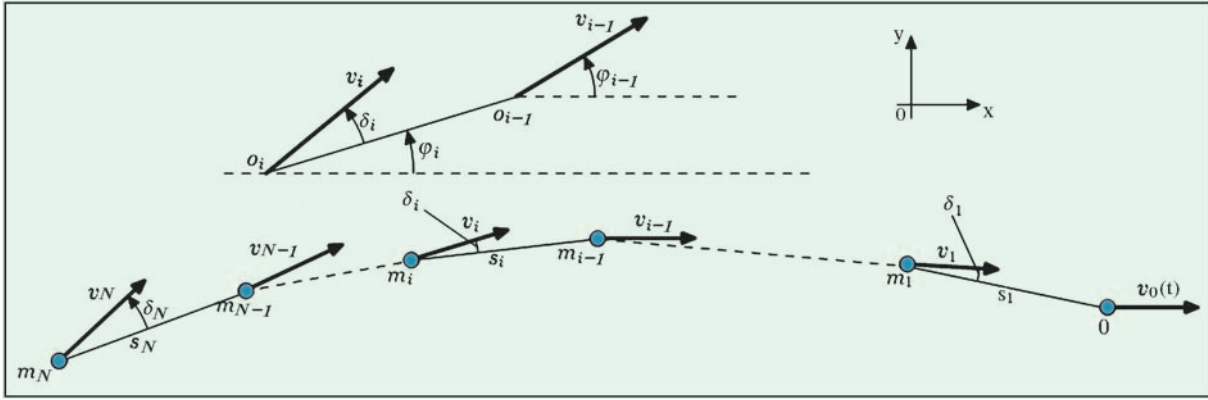


Рис. 1. Движение группировки по схеме «лидер-ведомый»

$r_i^\varphi = r_i^\varphi(\omega_i, v_i, \dots)$ – силы сопротивления движению; $p_i(\dots)$, $p_i^\varphi(\dots)$ – силы и моменты, рассматриваемые как возмущения (многообразие обозначена совокупность переменных, включая t , от которых могут зависеть названные величины). В желаемой конфигурации группы $s_i = s_i^*$, $\delta_i = 0$, где s_i^* – заданные значения требуемых дистанций.

Предполагается, что каждый объект может измерять параметры собственного движения: v_i , φ_i , ω_i (при необходимости еще x_i , y_i). Измерение относительного движения каждого члена группы является неполным – измеряются только s_i , δ_i .

Выходы измерителей (с учетом их ошибок, неустойчивости и др.) обозначим соответственно через \hat{v}_i , $\hat{\varphi}_i$, $\hat{\omega}_i$ и т.д., их совокупность – η_i .

С учетом характера измерений управление строится в виде:

$$\begin{aligned} u_i &= u_{is} + u_{ip}, \\ u_i^\varphi &= u_{is}^\varphi + u_{ip}^\varphi, \end{aligned} \quad (5)$$

где $u_{ip} = u_{ip}(t, \eta_i)$, $u_{ip}^\varphi = u_{ip}^\varphi(t, \eta_i)$ – компоненты управления планируемого движения. Последние можно определить в следующем виде:

$$\begin{aligned} |u_{ip} - (r_i + p_i)| &\leq p_i^0, \\ |u_{ip}^\varphi - (r_i^\varphi + p_i^\varphi)| &\leq p_i^{0\varphi} \\ (p_i^0, p_i^{0\varphi} - const) &\geq 0; \end{aligned} \quad (6)$$

$$u_{is} = \Phi_i(\sigma_i), \quad u_{is}^\varphi = \Phi_i^\varphi(\sigma_i^\varphi), \quad (7)$$

где σ_i , σ_i^φ – входные сигналы исполнительных органов.

Предполагается, что управление формируется по принципу обратной связи как ПД-регулятор с использованием наблюдателей первого порядка для получения оценок скоростей. Таким образом,

$$\begin{aligned} \sigma_i &= k_i \Delta \hat{s}_i + l_i \hat{z}_i, \quad \Delta \hat{s}_i = \Psi_i(\Delta s_i), \\ \Delta s_i &\equiv s_i - s_i^*, \quad \hat{z}_i = \Psi_i^z(z_i); \\ \sigma_i^\varphi &= k_i^\varphi \hat{\delta}_i + l_i^\varphi \hat{z}_i^\varphi, \quad \hat{\delta}_i = \Psi_i^\delta(\delta_i), \\ \hat{z}_i^\varphi &= \Psi_i^{z\varphi}(z_i^\varphi); \quad \dot{z}_i = -a_i(z_i - \Delta \hat{s}_i), \\ \dot{z}_i^\varphi &= -a_i^\varphi(z_i^\varphi - \hat{\delta}_i). \end{aligned} \quad (8)$$

Чтобы задать выходные характеристики исполнительных органов и измерителей Φ_i , Φ_i^φ , Ψ_i , Ψ_i^δ , Ψ_i^z , $\Psi_i^{z\varphi}$, введем следующие определения.

Функция $\theta: R^1 \rightarrow R^1$ (рис. 2) называется функцией класса $SN(\xi^0, \bar{\xi}, k, k^0)$ (где $0 \leq k^0 < k$, $0 \leq \xi^0 < \bar{\xi} \leq \infty$ – заданные параметры класса), если $-\bar{\theta}(-\xi) \leq \theta(\xi) \leq \bar{\theta}(\xi)$, где $\bar{\theta}(\xi) = \max\{\xi^0 + \max\{(k+k^0)\xi; (k-k^0)\xi\}; -\bar{\xi}\}$ (в случае $\bar{\xi} = \infty$ имеем расширенный, а если еще $\xi^0 = 0$ – стандартный сектор теории абсолютной устойчивости). Класс SN , в котором $k = 1$, для краткости будем обозначать $SN(\xi^0, \bar{\xi}, k^0)$, если $k = 1$, $k^0 = 0$,

то – $N(\xi^0, \bar{\xi})$; наконец, когда еще $\bar{\xi} = \infty$, будем писать $N(\xi^0)$.

Считается, что с учетом всех погрешностей, неопределенностей, нелинейностей, неустойчивости характеристик квантования, гистерезиса, ограниченности управления или диапазонов измерителей и других факторов в (7), (8)

$$\begin{aligned} \Phi_i &\in SN(\sigma_i^0, \bar{\sigma}_i, \Delta_i), \\ \Phi_i^\varphi &\in SN(\sigma_i^{\varphi 0}, \bar{\sigma}_i^\varphi, \Delta_i^\varphi), \\ \Psi_i &\in N(\Delta s_i^0, \bar{\Delta s}_i), \\ \Psi_i^\delta &\in N(\delta_i^0, \bar{\delta}_i), \quad \Psi_i^z \in N(z_i^0), \\ \Psi_i^{z\varphi} &\in N(z_i^{\varphi 0}). \end{aligned}$$

Зададим, наконец, ограничения на маневры лидера группировки:

$$\begin{aligned} |v_0 - v^*| &\leq v_0^0, \quad |\omega_0| \leq \omega_0^0, \\ |\dot{v}_0| &\leq u_0^0, \quad |\dot{\omega}_0| \leq \varepsilon_0^0, \end{aligned} \quad (9)$$

где $v^* \geq 0$ – заданное значение номинальной скорости цепочки.

Примем в качестве исходной “невозмущенной” конфигурации группировки прямолинейно движущуюся со скоростью v^* колонну с заданными дистанциями $s_i = s_i^*$. Выбором системы отсчета можно считать, что в невозмущенной формации $\varphi_i = 0$, а значит и $\delta_i = 0$, $\omega_i = 0$.

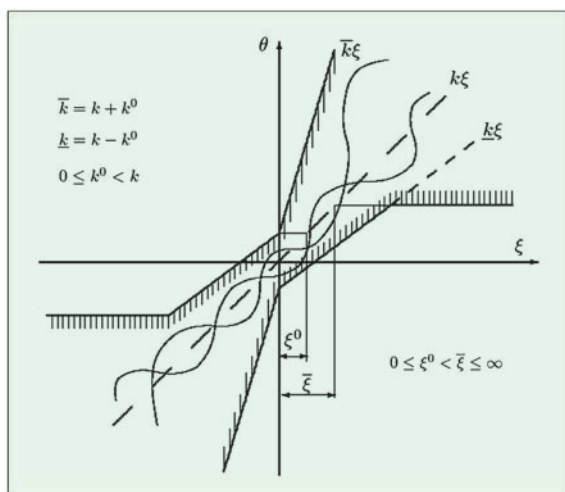


Рис. 2. Графическое представление нелинейностей класса SN

Тогда в качестве оценочной функции начальных состояний естественно взять вектор

$$\rho_0 = \text{col}(|v_{00} - v^*|, |\varphi_{00}|, |\omega_{00}|)^T, \text{col}_{i=1,N}(|s_{i0} - s_i^*|, |v_{i0} - v^*|, |\varphi_{i0}|, |\omega_{i0}|, |\delta_{i0}|)^T \in R^{5N+3}. \quad (10)$$

Множество возможных начальных состояний X^0 представляет подмножество в общем пространстве состояний системы:

$$X = \prod_{i=0,N} X_i = R^{9N+3}$$

$$(X_0 = R^3, X_i = R^9, i = \overline{1,N}),$$

в котором $z_i = 0$, $z_i^0 = 0$ и переменные x_i, y_i, s_i связаны N геометрическими соотношениями

$$s_i^2 = (x_{i-1} - x_i)^2 + (y_{i-1} - y_i)^2, \quad i = \overline{1,N}.$$

Оценочной функцией финальных состояний, очевидно, служит вектор

$$\rho_f(x) = \text{col}_{i=1,N}(|\Delta s_i|, |\delta_i|)^T. \quad (11)$$

Текущие состояния естественно оценивать вектор-функцией

$$\rho(x) = \text{col}_{i=1,N}(|\varphi_i - \varphi_{i-1}|, |\Delta s_i|, |\delta_i|, |v_i - v^*|, |\omega_i|). \quad (12)$$

Таким образом, задача исследования диссипативности состоит в оценке допустимой области начальных состояний по функции ρ_0 , оценке предельной области (точности стабилизации группировки) по вектору ρ_f ; иначе это может быть оценка достижимости требуемой точности при заданном уровне допустимых возмущений и неопределенностей либо синтеза параметров (например, $k_i, l_i, k_i^0, l_i^0, a_i, a_i^0$), обеспечивающих нужные или наилучшие оценки и т.д.

С помощью пакета программ ВФЛ-РЕДУКТОР для модельной группировки трех «малых» АНПА с заданными конструктивными и динамическими параметрами были проведены численные расчеты по оценке устойчивости групповой конфигурации. Один из вариантов траекторий движения аппаратов при задании движении лидера А по кругу схематично изображен на рис.3, где отмечены последовательные положения объектов в одинаковые моменты времени. Круговая траектория лидера здесь выбрана лишь для простоты, и, очевидно, можно задать любой маршрут, удовлетворяющий ограничениям (9).

Пример 2. Рассмотрим теперь отряд АНПА, в котором объекты обладают такими же, как и выше, свойствами, но желаемая конфигурация груп-

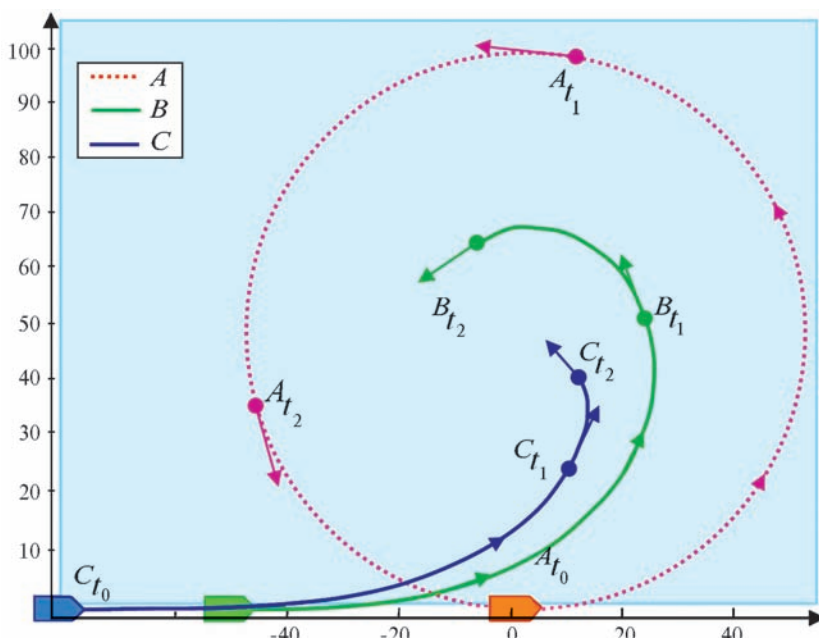


Рис. 3. Траектории движения группы АНПА при движении лидера А по окружности

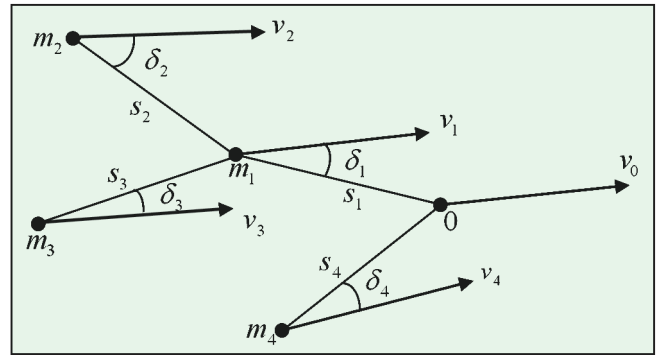
пировки определяется соотношениями $s_i = s_i^*$, $\delta_i = \delta_i^*$, где δ_i^* – заданные номинальные (желаемые) значения углов пеленга предыдущего аппарата.

Сама группировка при этом может иметь структуру дерева, а не только цепочки (ведомые в разных парах могут иметь общего лидера), и ставится задача сопровождения головного объекта О (который рассматривается как лидер группировки) или совместного движения заданным порядком (рис. 4).

В предположении, что каждый объект данной группировки может иметь лишь одного лидера, уравнения движения (4) по переменным s_i, δ_i принимают вид:

$$\dot{s}_i = v_{i_j} \cos(\varphi_{i_j} - \varphi_i + \delta_i) - v_i \cos \delta_i,$$

Рис. 4 Группировка АНПА, организованная по структуре дерева



$$s_i \dot{\delta}_i = s_i \omega_i + v_i \sin \delta_i - v_{i_j} \sin(\varphi_{i_j} - \varphi_i + \delta_i);$$

$$i = \overline{1, N}, \quad (13)$$

где $i_j \in \overline{\{0, i-1\}}$ – индекс лидера i -го объекта; управление сохраняет структуру (5-7), но входные сигналы $\sigma_i, \sigma_i^\varphi$ исполнительных органов берутся не в форме (8), а задаются как линейные комбинации выходов измерителей дистанции, пелен-

га и наблюдателей для оценок их производных:

$$\sigma_i = k_{is} \Delta \hat{s}_i + k_{i\delta} \Delta \hat{\delta}_i + l_{is} \hat{z}_i + l_{i\delta} \hat{z}_i^\varphi,$$

$$\Delta \hat{s}_i = \Psi_i(\Delta s_i), \quad \Delta s_i \equiv s_i - s_i^*,$$

$$\Delta \hat{\delta}_i = \Psi_i^\varphi(\Delta \delta_i), \quad \Delta \delta_i \equiv \delta_i - \delta_i^*,$$

$$\hat{z}_i = \Psi_i^z(z_i);$$

$$\sigma_i^\varphi = k_{is}^\varphi \Delta \hat{s}_i + k_{i\delta}^\varphi \Delta \hat{\delta}_i + l_{is}^\varphi \hat{z}_i + l_{i\delta}^\varphi \hat{z}_i^\varphi, \quad \hat{z}_i^\varphi = \Psi_i^{\varphi z}(z_i^\varphi);$$

$$\dot{z}_i = -a_i(z_i - \Delta \hat{s}_i),$$

$$\dot{z}_i^\varphi = -a_i^\varphi(z_i^\varphi - \Delta \hat{\delta}_i). \quad (14)$$

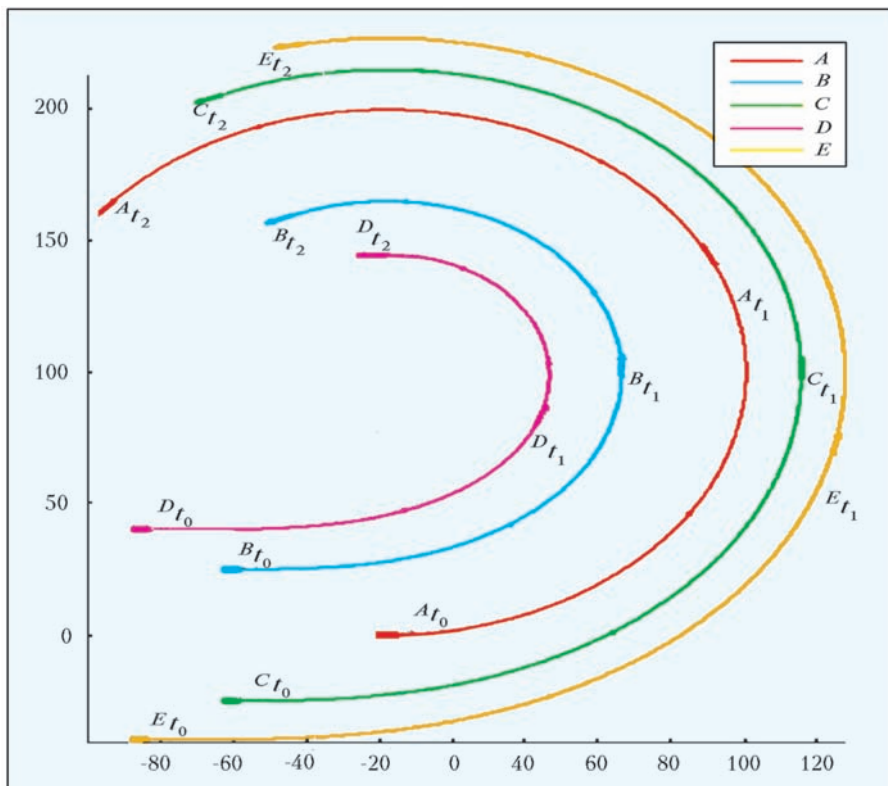


Рис. 5. Траектории движения АНПА в формации, имеющей структуру дерева

Для группировки, имеющей конфигурацию “стаи”, были проведены численные расчеты с использованием уравнений (13), (14). Результаты вычислений для этого случая приведены на рис. 5. Здесь, как и в случае с плоской цепочкой, лидер всей группировки А выполняет движение по кругу. Отметим, что предположение о единственности лидера не является принципиальным, и вышеописанная методика исследования устойчивости при тех же предположениях о доступных измерениях может быть применена и для стабилизации группировки, в которой отдельные ее члены следуют сразу за двумя и более лидерами. Это может оказаться целесообразным с точки зрения

большей надежности сохранения группировки при возможных ее нарушениях вследствие внешних факторов.

Работа выполнена при поддержке Президиума СО РАН (проект №45), ДВО РАН (проект 09-II-CO-03-001), Программы государственной поддержки

ведущих научных школ (НШ-1676.2008.1), Программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 29, гранта РФФИ (проект 08-08-92208ГФЕН-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. Киселев Л.В., Инзарцев А.В., Бычков И.В., Максимкин Н.Н., Хмельнов А.Е., Кензин М.Ю. Ситуационное управление группировкой автономных подводных роботов на основе планирования коллективных миссий и генетических алгоритмов // Подводные исследования и робототехника. 2009. №2(8). С.34-43.
2. Бычков И.В., Максимкин Н.Н., Ульянов С.А., Хмельнов А.Е., Андреев П.Э. Представление информации о состоянии внешней среды в системе управления подводного робота // Подводные исследования и робототехника. 2008. №2(6). С.49-57.
3. Tanner H.G., Pappas G.J., Kumar V. Leader-to-formation stability // IEEE Transactions on Robotics and Automation. 2004. Vol. 20. Issue 3. P. 443-455.
4. Fax J.A., Murray R.M. Information flow and cooperative control of vehicle formations // IEEE Transactions on Automatic Control. 2004. Vol. 49. Issue 9. P. 1465-1476.
5. Casalino G., Aicardi M., Bicchi A., Balestrino A. Closed loop Steering and Patch-Following for Underactuated Marine Vehicles: a Simple Lyapunov Function based Approach // IEEE Robotics and Automation Magazine. 2005. No. 2(1). P. 27-35.
6. Lapierre L., Soetanto D. Nonlinear Patch-Following Control of an AUV // Ocean Engineering. 2007. No. 34. P. 1734-1744.
7. Liu S.C., Tan D.A., Liu G.J. Robust Leader-follower Formation Control of Mobile Robots, based on a Second Order Kinematics Model // Acta Automatica Sinica. 2007. Vol. 33, No. 9. P. 947-955.
8. Метод векторных функций Ляпунова в теории устойчивости / Ред. А.А. Воронов, В.М. Матросов. М.: Наука, 1987. 312 с.
9. Матросов В.М. Метод векторных функций Ляпунова: анализ динамических свойств нелинейных систем. М.: Физматлит, 2001. 384 с.
10. Васильев С.Н. Метод редукции и качественный анализ динамических систем, I-II // Изв. РАН. Сер. Теория и системы управления. 2006. № 1. С. 21-29; № 2. С. 5-17.
11. Козлов Р.И., Бурносос С.В. Синтез систем гироскопической стабилизации упругих космических аппаратов методом ВФЛ // Динамика и управление космическими объектами. Новосибирск: Наука, 1992. С. 85-101.
12. Kozlov R.I. VLF-Method of Nonlinear Dynamic Investigations in Designing of Systems for Stabilization of Spacecrafts. // Proc. of First Internat. Conf. on Nonlinear Problems in Aviation & Aerospace (ICNPAA-96). Daytona Beach, Florida, USA, 1997. P. 319-324.
13. Козлов Р.И. Теория систем сравнения в методе векторных функций Ляпунова. Новосибирск: Наука, 2001. 137 с.
14. Васильев С.Н., Козлов Р.И., Ульянов С.А. Анализ координатных и других преобразований моделей динамических систем методом редукции // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2009. Т. 15, № 3. С. 38-56.
15. Козлов Р.И., Ульянов С.А., Хмельнов А.Е. Программный модуль для качественного исследования непрерывных динамических систем ВФЛ-РЕДУКТОР-Н: Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ No-2007613832 от 07.09.2007.

